Universität Hannover
Institut für Strömungsmaschinen
Prof. Dr.-Ing. J .Seume

Klausur Frühjahr 2003

„Strömungsmechanik I“

Bearbeitungsdauer: PO 2000 : 90 min

zugelassene Hilfsmittel:

Taschenrechner
Formelsammlung-IfS, ohne handschriftliche Ergänzungen
Lineal und Schreibmaterial
mitgebrachtes Papier

Name	Vorname	Matr. Nummer

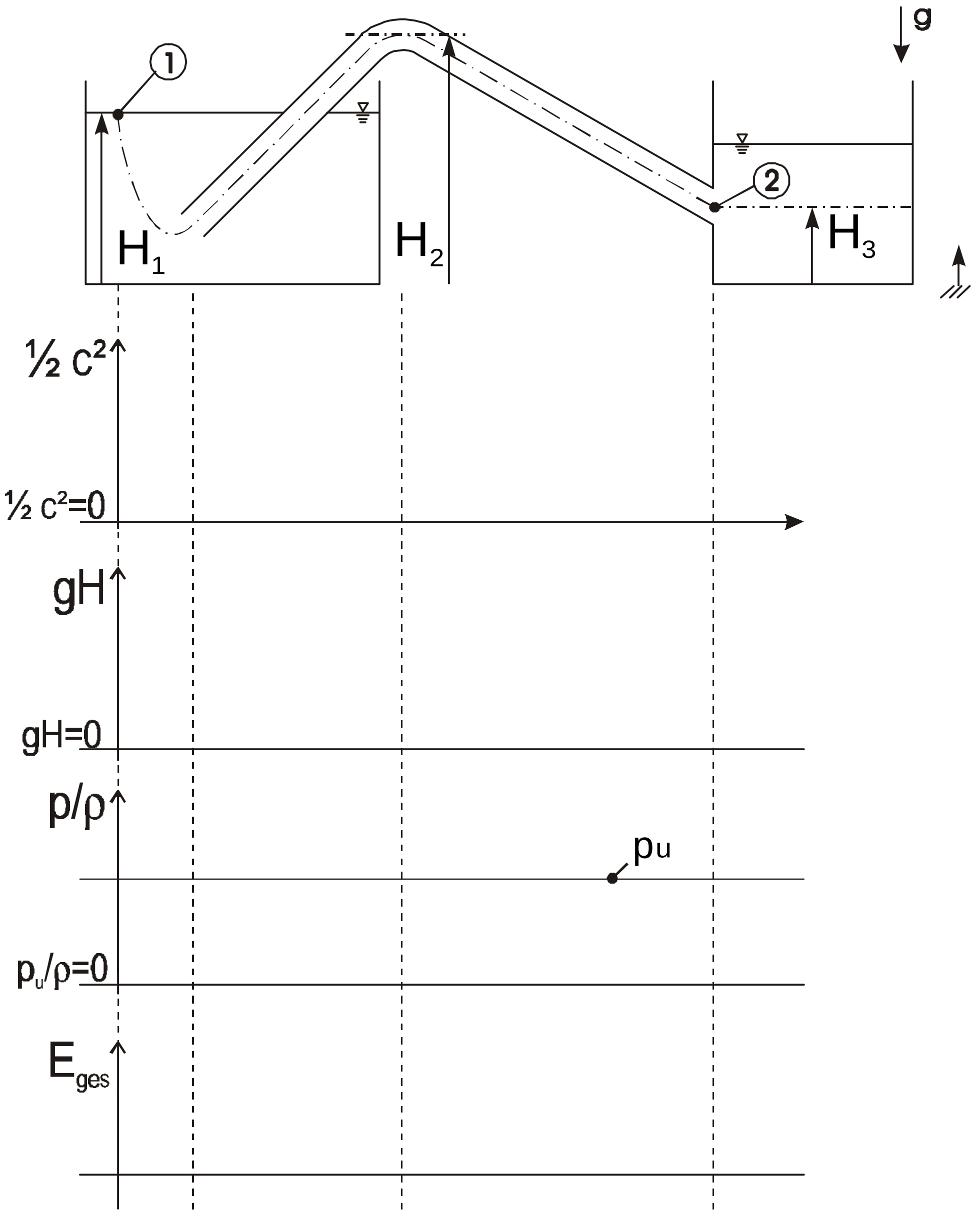
	mögliche Punktezahl	erreichte Punktezahl
Aufgabe 1	24	
Aufgabe 2	42	
Aufgabe 3	34	
Gesamt	100	
	Note	

Aufgabe 1 - Kurzfragen (24 Punkte)

Kurzfrage a

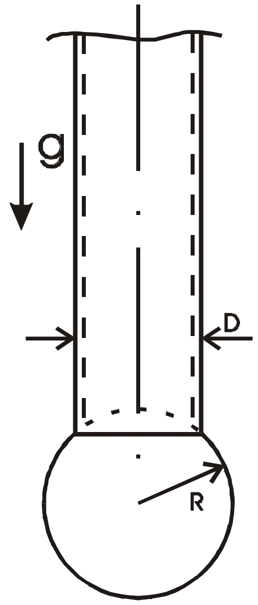
Gegeben seien zwei Behälter, die durch eine Leitung verbunden sind. Die Strömung im Rohr sei reibungsfrei.

Ka1) Zeichnen Sie entlang des Stromfadens von Punkt 1 nach 2 den Verlauf der Potential-, der Druck- und der kinetischen Energie ein. Verbinden Sie die Abschnitte zur Vereinfachung durch gerade Linien. Benennen Sie die qualitativen Ordinatenwerte an den bekannten Stützpunkten. (8 Punkte)



Kurzfrage b

Ein Tropfen hängt an der Spitze einer Pipette.



Kb1) Wie groß darf der Tropfen sein, damit er gerade noch an der Pipette hängen bleibt? Nehmen Sie für die Form des Tropfens vereinfachend eine Kugel an. (5 Punkte)

Kb2) Schätzen Sie ab, ob und gegebenenfalls wie sich das Verhältnis R/D verändert, wenn der Durchmesser der Pipette kleiner gewält wird und begründen Sie Ihre Antwort. (3 Punkte)

Gegeben: $V_{Kugel} = 4/3 \cdot \pi \cdot R^3$ $\qquad$ $D = 0{,}002$ m

$\rho_{Wasser} = 1000$ kg/m^3 $\qquad$ $\sigma_{wasser/Luft} = 0{,}067$ N/m

$g = 9{,}81$ m/s^2

Kurzfrage c

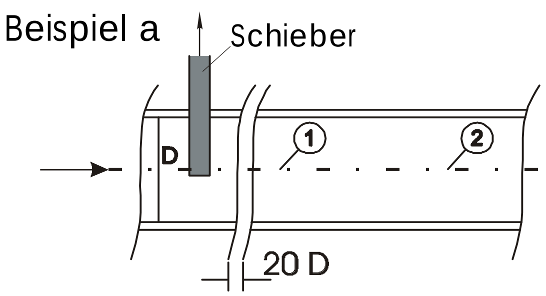
Das Transporttheorem der Fluidmechanik lautet:

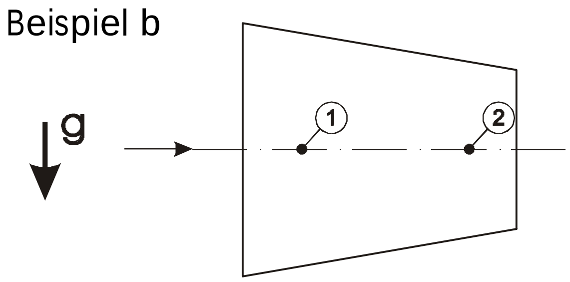
$$\boxed{\frac{Dc}{Dt} = \frac{\partial c_i}{\partial t} + c_j \frac{\partial c_i}{\partial x_j}}$$

und entspricht der linken Seite der allgemeinen Navier-Stokes-Gleichung.

Gegeben sind zwei Beispiele:

Beispiel a) In einem Rohr konstanten Querschnitts wird ein Schieber kontinuierlich geöffnet.
Beispiel b) Durch eine konvergente Düse strömt ein konstanter Massenstrom





Kc1) Zeigen Sie, wie groß (<0; >0; =0) die Terme des Transporttheorems zwischen Punkt 1 und 2 sind und begründen Sie Ihre Antwort (8 Punkte).

Aufgabe 2 (42 Punkte)

Gegeben sei ein Reservoir (s. Skizze), das über das Rohr 1 und eine Pumpe mit einem Druckbehälter verbunden ist. Die Pumpe hält den Wasserstand und den Druck an der Stelle ① konstant. Über das Rohr 2 fließt aus dem Druckbehälter Wasser in das darüber liegende Becken. An Rohr 2 ist ein Messröhrchen zur Messung des statischen Druckes auf der Höhe H_3 installiert. In dem Becken stellt sich nach einiger Zeit eine stationäre Wasserhöhe ein, wenn zu- und abfließender Massenstrom gleich sind.

Gegeben:

Rohr 1:
$D_{Rohr\,1} = 0{,}10$ m

Rohr 2:
$D_{Rohr\,2} = 0{,}15$ m

Rohr 3:
$L_{Rohr\,3} = 5$ m
$D_{Rohr\,3} = 0{,}10$ m
$\lambda = 0{,}10$

Druckbehälter
$p_1 = 3{,}5$ bar

Pumpe
$\eta = 0{,}85$

allgemein:
$p_U = 1{,}013$ bar
$T_U = 15°C$
$g = 9{,}81\ m/s^2$
$\rho_{Wasser} = 1000\ kg/m^3$
$\nu_{wasser} = 1{,}0 \cdot 10^{-6}\ m^2/s$

Höhen:
$H_1 = 5$ m
$H_2 = 2$ m
$H_3 = 7{,}5$ m
$H_4 = 12{,}5$ m
$H_6 = 7$ m

Alle Aufgabenteile sind unabhängig voneinander lösbar.
$_1$ soll für alle Aufgabenteile als konstant angenommen werden.

2a) Die Pumpe schaltet sich ein und hält den Druck an der Stelle ① konstant bei dem Wert von 3,5 bar. Der Massenstrom im Rohr 1 betrage in diesem Fall $\dot{m} = 100$ kg/s. Die Strömung im Rohr 1 sei reibungsfrei.

Wie groß ist die Anschlussleistung der Pumpe (Wirkungsgrad siehe oben)? (13 Punkte)

2b) Der Massenstrom im Rohr 2 betrage 50 kg/s.

Wie groß ist die Reynoldszahl im Rohr 2? Ist die Strömung dort turbulent oder laminar? (6 Punkte)

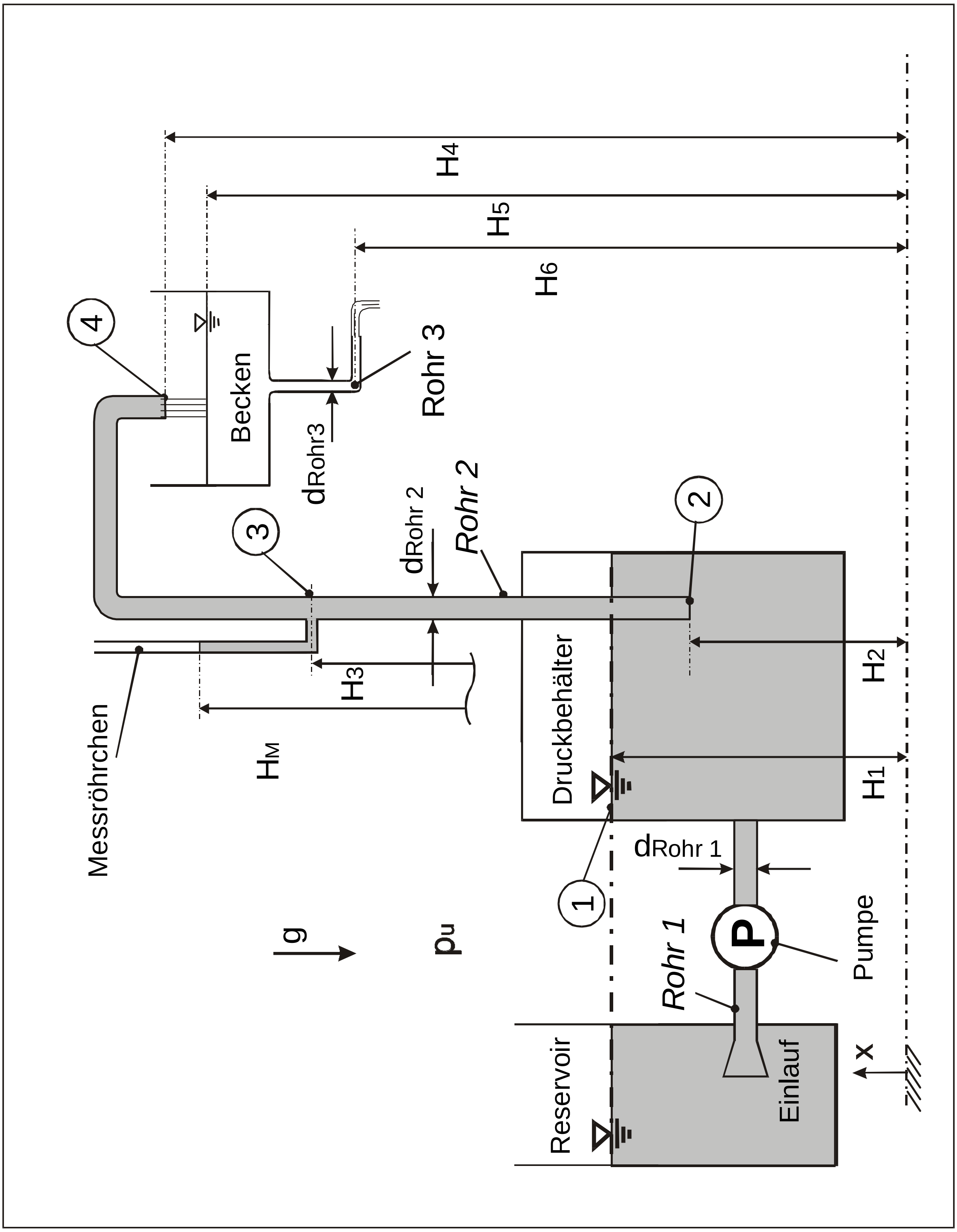
2c) Die Strömung im Rohr 2 sei reibungsfrei.

Berechnen Sie den Massenstrom im Rohr 2 ? (!Hinweis: ist nicht =50 kg/s aus Aufgabenteil b). Bei welcher Höhe steht in diesem Fall die Wassersäule im
(13 Punkte)

2d) Die Strömung im Rohr 3 sei reibungsbehaftet.

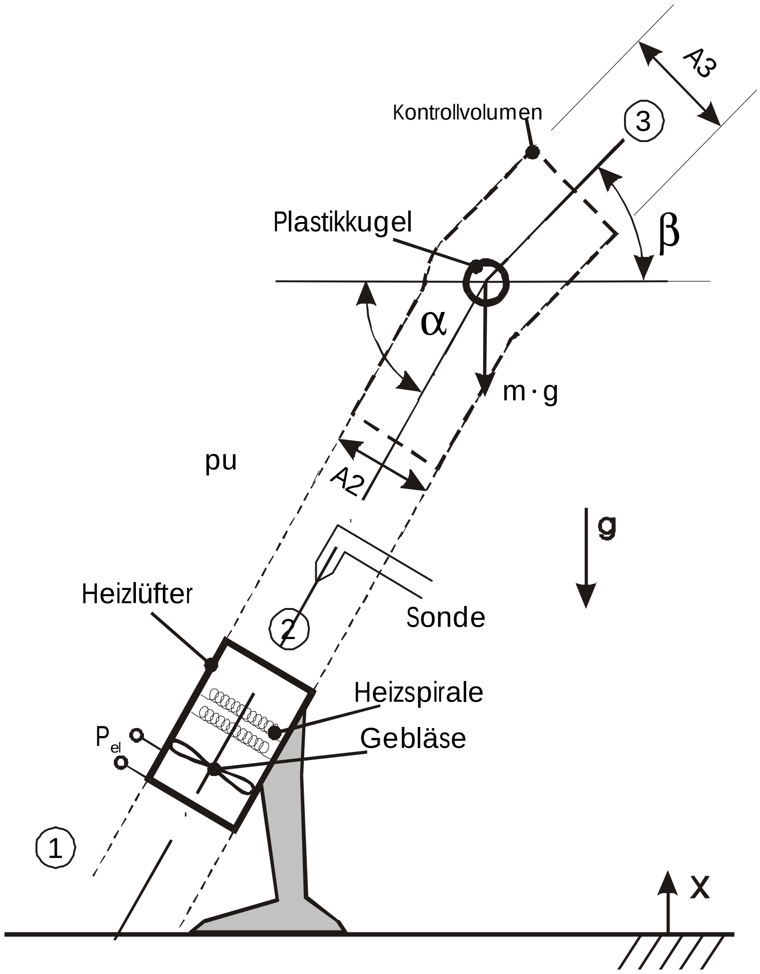
Stellen Sie einen Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit im Rohr 2 und der stationären Wasserhöhe her: $f(c_{\_Rohr\,1})=H_5$. Der Druckverlustkoeffizient des Rohres 3 sei $\lambda=0{,}10$. Wie groß ist H_5 bei $c_{\_Rohr\,2}= 1{,}5$ m/s? (10 Punkte)

Aufgabe 2: Skizze



Aufgabe 3 (34 Punkte)

Mit Hilfe eines Heizlüfters wird Umgebungsluft erhitzt und beschleunigt. Zuerst wird mit einer Sonde die Geschwindigkeit der austretenden Luft gemessen. Nach dieser Messung wird die Strömungsgeschwindigkeit gesenkt, die Sonde aus dem Luftstrahl genommen und durch eine Plastikkugel ersetzt. Die Kugel wird durch die Ablenkung des Strahls in einer schwebenden Position gehalten.



Gegeben:

Luft:
$p_u = 1{,}013$ bar
$T_u = 15°C$
$R = 287$ J/kg K
$\kappa = 1{,}4$
$c_p = 1200$ J/Kg K

Heizlüfter:
$T_2 = 40°C$
$A_2 = 0{,}1\ m^2$
$\alpha = 60°$

allgemein:
$g = 9{,}81\ m/s^2$
$0°C = 273{,}15$ K

Plastikkugel:
$m = 0{,}01$ kg

Alle Aufgabenteile sind voneinander unabhängig lösbar.
Die Umgebungsluft kann in allen Teilaufgaben als ideales Gas, die Strömung als reibungsfrei und isentrop angenommen werden.

3a) Die Geschwindigkeit c_2 am Heizlüfteraustritt an der Stelle ② betrage 35m/s.

Wie groß ist die Temperatur und der Druck an der Sondenspitze? Berechnen Sie die Machzahl der austretenden Luft. Es gilt die Regel, dass bis zu einer Machzahl von 0,3 inkompressibel gerechnet werden darf. Ist diese Annahme gerechtfertigt? (12 Punkte)

3b) Gebläse, Motor und die Umströmung der Heizspirale seien verlustfrei. Die Strömung wird von der Sonde nicht beeinflusst. Der Massenstrom beträgt $\dot{m} = 5{,}0$ kg/s

Berechnen Sie die Anschlussleistung, die an den Heizlüfter übertragen wird. Verwenden Sie hierzu die Formel :

$$h_1 + g \cdot z_1 + \frac{c_1^2}{2} + \frac{P_{1,2}}{\dot{m}} = h_2 + g \cdot z_2 + \frac{c_2^2}{2}, \text{ mit } \quad h_i = c_p \cdot T_i$$

Hinweis: Diese Formel lässt sich aus den Formeln in Kap. 1.3 und 2.3 in der Formelsammlung herleiten. (8 Punkte)

3c) Die Geschwindigkeit c_2 am Heizlüfteraustritt betrage nun 3m/s.

Wie groß ist der Winkel β der abströmenden Luft hinter dem Ball? Beachte $c_2 \neq c_3$; $A_2 \neq A_3$
Die Dichte ist im Kontrollvolumen (Skizze) als konstant anzunehmen. (14 Punkte)

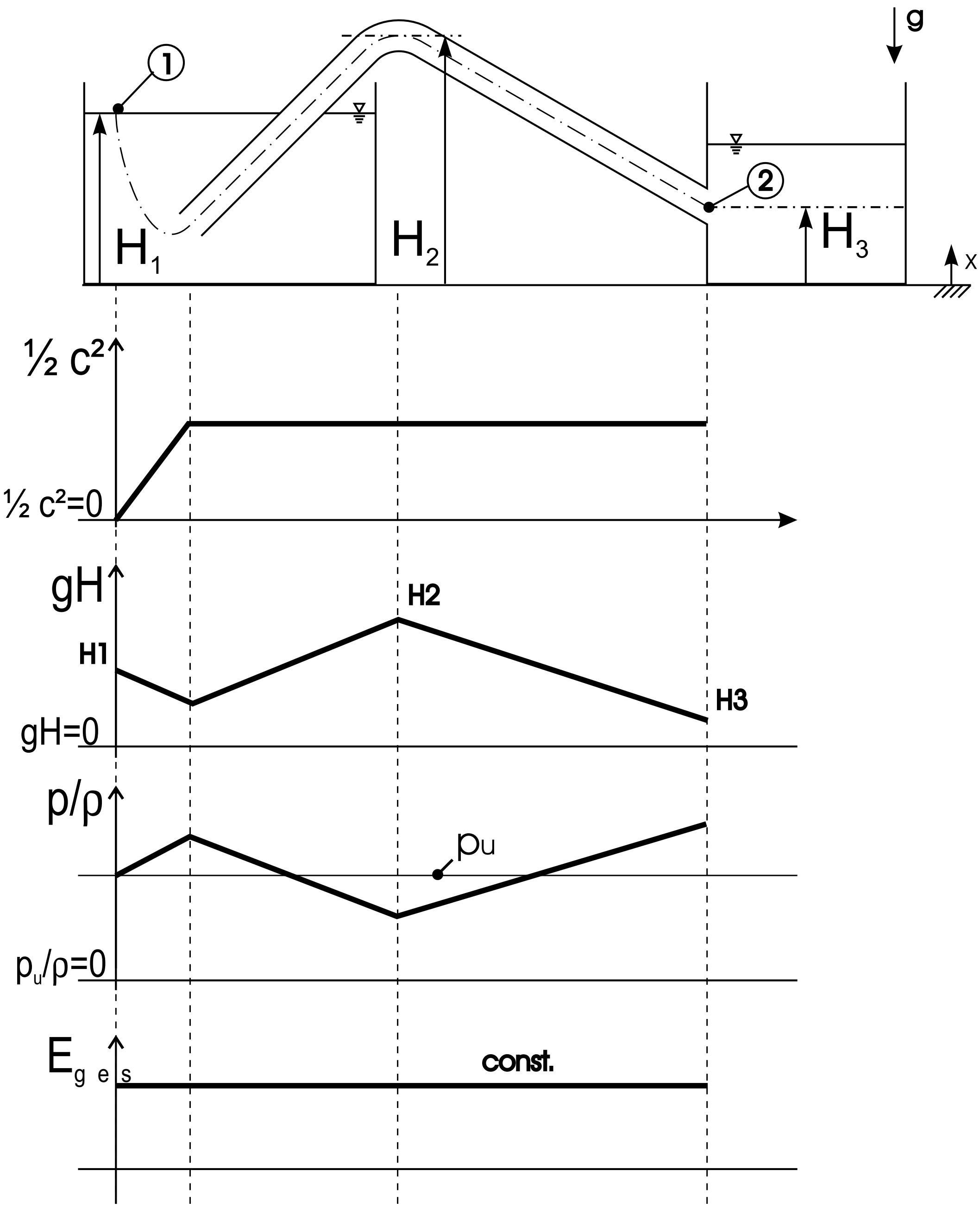
Musterlösung der Klausur Strömungsmechanik I im Frühjahr 2003

May 2, 2003

herausgegeben vom
Institut für Strömungschmaschinen
Universität Hannover

Aufgabe 1

Kurzfrage a



Kurzfrage b

Kräftegleichgewicht zwischen Gewichtskräften und der Oberflächenspannung

$$F_G = F_\sigma$$

$$\frac{4}{3}\ \pi\ R^3 = \sigma\ \pi\ D$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{3\ \sigma\ D}{4\ \varrho\ g}} = \sqrt[3]{\frac{3\ 0{,}067\ 0{,}002}{4\ 1000\ 9{,}81}} = \underline{\underline{0,00217\ m}}$$

Das Verhältnis R/D wird größer, da die Oberflächenkräfte langsamer kleiner werden als die Gewichtskräfte; D wird kleiner; R wird kleiner, jedoch R/D wird größer.

Kurzfrage c

Beispiel a)

$\frac{\partial\ c_i}{\partial\ t} > 0$; da der Schieber kontinuierlich geöffnet wird und das Rohr gerade ist,

$c_j\ \frac{\partial\ c_j}{\partial\ x_j} = 0$; da das Rohr gerade ist und keine geometrischen Veränderungen erfolgen.

Beispiel b)

$\frac{\partial\ c_i}{\partial\ t} = 0$; da der Massenstrom = constant ist.

$c_j\ \frac{\partial\ c_j}{\partial\ x_j} > 0$; da die Geschwindigkeit durch die geometrische Verengung steigt.

Aufgabe 2

Teilaufgabe a

Bernoulli von Umgebung - Einlauf Rohr I im Druckbehälter (Index B)

$$\frac{p_U}{\varrho} + \frac{1}{2}c_U^2 + gh_U \frac{P_{U,B}}{\dot{m}} = \frac{p_B}{\varrho} + \frac{1}{2}\ c_B^2 + gh_B$$

mit den Nebenbedingungen: $c_U = 0$; $p_B = \varrho\ g\ (h_1 - h_B) +\ p_1$; folgt

$$\frac{p_U}{\varrho} + gh_1 + \ \frac{P_{U,B}}{\dot{m}} = \frac{p_1}{\varrho} + \ g\ (h_1 - h_B) + \frac{1}{2}\ c_B^2 + g\ h_B$$

$$P_{U,B} = \dot{m}\ (\frac{p_1 - p_U}{\varrho} + + \frac{1}{2}\ c_B^2)$$

$$c_B = \frac{\dot{m}}{\varrho\ A} = \frac{100}{1000\ \pi\ 0{,}1^2} = 12,73\ \frac{m}{s}$$

$$P_{U,B,\ real} = 100\ (\frac{(3{,}5 - 1{,}013)\ 10^5}{1000} + \frac{1}{2}\ 12,73^2) = 32975,6\ W$$

$$P_{U,B,\ real} = \frac{P_{U,B,\ ideal}}{\eta} = \underline{\underline{38795\ W}}$$

Teilaufgabe b

mit

$$Re = \frac{D \cdot\ c}{\nu}$$

$$c = \frac{\dot{m}}{\varrho\ A} = \frac{50\ 4}{1000\ \pi\ 0{,}15^2} = 2,829\ \frac{m}{s}$$

$$Re = \frac{0{,}15 \cdot\ 2{,}829}{1{,}0\ 10^{-6}} = 4,24413\ 10^5$$

$$\Rightarrow\ \underline{\underline{turbulent\ da\ Re > 2300}}$$

Teilaufgabe c

<u>Bernoulli von 1 nach 4</u>

$$\frac{p_1}{\varrho} + \frac{1}{2}c_1^2 + gh_1 = \frac{p_4}{\varrho} + \frac{1}{2}\ c_4^2 + gh_4$$

mit den Nebenbedingungen: $c_1 = 0$ folgt

$$c_4^2 = \frac{(p_1 - p_4)}{\varrho} + g(h_1 - h_4)$$

$$c_4 = \sqrt{2\ \frac{(3{,}5 - 1{,}013)\ 10^5}{1000} + 9,81(5 - 12,5)} = 18,715\ \frac{m}{s}$$

$$\dot{m} = \varrho\ A\ c = 1000\ \frac{\pi\ 0{,}15^2}{4}\ 18,715 = \underline{\underline{330,721\ \frac{kg}{s}}}$$

Bernoulli von 1 nach 3

$$\frac{p_1}{\varrho} + \frac{1}{2}c_1^2 + gh_1 = \frac{p_3}{\varrho} + \frac{1}{2}\ c_3^2 + gh_3$$

mit den Nebenbedingungen: $c_1 = 0;\ c_3 = c_4$ folgt

$$\frac{p_3}{\varrho} = \frac{p_1}{\varrho} + gh_1 - gh_3 + \frac{1}{2}\ c_4^2$$

$$p_3 = 1000\ (\frac{3{,}5\ 10^5}{1000} + 9,81(5-7,5) + \frac{1}{2}\ 18,715^2) = 1,5035\ 10^5\ Pa$$

Kräftegleichgewicht im Messröhrchen:

$$p_3 = p_U + \varrho\ g\ (h_M - h_3)$$

$$h_M = \frac{(p_3 - p_U)}{\varrho\ g} + h_3 = \frac{(1{,}5035 - 1{,}01)\ 10^5}{1000\ 9{,}81} + 7,5 = \underline{\underline{12,5\ m}}$$

erweiterte Bernoulli-Gleichung von 5 nach 6

$$\frac{p_5}{\varrho} + \frac{1}{2}c_5^2 + gh_5 = \frac{p_6}{\varrho} + \frac{1}{2}\ c_6^2 + gh_6 + \frac{1}{2}\ \frac{l}{d}\ \lambda\ c_6^2$$

mit den Nebenbedingungen: $p_5 = p_6;\ \varrho_5 = \varrho_6;\ c_5 = 0$ folgt

$$gh_5 = gh_6 + \frac{1}{2}(c_6^2 + \ \frac{l}{d}\ \lambda\ c_6^2) \quad (1)$$

Nebenbedingung für die stationäre Höhe:

$$\dot{m}_{Rohr\ 2} = \dot{m}_{Rohr\ 3}$$

$$\varrho_4\ A_4\ c_4 = \varrho_6\ A_6\ c_6 \Rightarrow\ c_6 = \frac{A_4}{A_6}c_4 = \frac{d_4^2}{d_6^2}\ c_4 \quad (2)$$

---

mit (2) in (1) folgt

$$h_5 = h_6 + \frac{1}{2\ g}(1 + \ \frac{l}{d}\ \lambda)(\frac{d_4}{d_6})^4\ c_4^2$$

mit $c_4 = 1,5\ \frac{m}{s}$

$$h_5 = 7 + \frac{1}{2\ 9{,}81}(1 + \ \frac{5}{0{,}1}\ 0,1)(1,5)^4\ 1,5^2 = \underline{\underline{10,483\ m}}$$

Aufgabe 3

Teilaufgabe a

Stromfaden von 2 zur Sondenspitze:

$$T_s = T_2 \; (1 - \frac{\kappa\ -1}{2\ \kappa} \frac{\varrho_2}{p_2} (c_S^2 - c_2^2))$$

mit den Nebenbedingungen $c_s = 0,$ *da Staupunkt* und $\frac{\varrho_2}{p_2} = \frac{1}{R\ T_2}$ folgt

$$T_s = T_2 \; (1 - \frac{\kappa\ -1}{2\ \kappa} \frac{1}{R\ T_2} (-c_2^2))$$

$$T_s = 313,15 \; (1 - \frac{0,4}{2,8} \frac{1}{287\ \ 213,15} (-35^2)) = \underline{\underline{313,76\ K}}$$

isentrope Zustandsänderung:

$$p_S = p_2 \; (\frac{T_S}{T_2})^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} = 1,013\ 10^5 \; (\frac{313,76}{313,15})^{\frac{1,4}{0,4}} = \underline{\underline{1,01992\ 10^5\ Pa}}$$

$$a = \sqrt{\kappa\ R\ T} = \sqrt{1,4\ 287\ 313,15} = 354,716\ \frac{m}{s}$$

$$\frac{c}{a} = \frac{35}{354,716} = \underline{\underline{0,09867\ \Rightarrow\ \textit{gute Annahme der Inkompressibilitaet}!}}$$

Teilaufgabe b

allgemeine Energiegleichung zwischen 1 und 2:

$$h_1 + g\ z_1 + \frac{1}{2} c_1^2 + \frac{P_{1,2}}{\dot{m}} = h_2 + g\ z_2 + \frac{1}{2} c_2^2$$

mit den Nebenbedingungen $z_1 \approx\ z_2;\ c_1 = 0;\ h_1 = c_{p,\ Luft}\ T_1;\ h_2 = c_{p,\ Luft}\ T_2$ folgt

$$P_{1,2} = \dot{m} \; (c_{p,\ Luft}(T_2 - T_1) + \frac{1}{2} c_2^2)$$

$$c_2 = \frac{\dot{m}}{\varrho_2\ A_2};\ \varrho_2 = \frac{p_2}{R\ T_2}$$

$$c_2 = \frac{\dot{m}\ R\ T_2}{p_2\ A_2} = \frac{5,0\ \ 287\ \ 313,15}{1,013\ \ 10^5\ \ 0,1} = 44,36\ \frac{m}{s}$$

$P_{1,2} = 5 \;\cdot\; (1200(40-15) + \frac{1}{2}\; 44,36^2) = \underline{\underline{154920\; W}}$

Teilaufgabe c

Impulsbilanz in x-Richtung und in y-Richtung:

$\sum\; F_x = 0 = m_2\; c_2\;\; \cos\;\; \alpha\;\; - m_3\; c_3\;\; \cos\;\; \beta$

$\Rightarrow\;\; c_3 = c_2\; \frac{\cos\;\; \alpha}{\cos\;\; \beta}\;\; (1)$

$\sum\; F_y = 0 = m_2\; c_2\;\; \sin\;\; \alpha\;\; - m\; g\;\; - m_3\; c_3\;\; \sin\;\; \beta\;\; (2)$

mit (1) in (2) und $\dot{m}_2 = \dot{m}_3$ folgt

$0 = m\; c_2\;\; \sin\;\; \alpha\;\; - m\; g\;\; - m_2\; c_2\; \frac{\cos\;\; \alpha}{\cos\;\; \beta}\;\; \sin\;\; \beta$

$0 = m\; c_2\;\; \sin\;\; \alpha\;\; - m\; g\;\; - m_2\; c_2\;\; \cos\;\; \alpha\;\; \tan\;\; \beta$

$\tan\;\; \beta = \tan\;\; \alpha - \frac{m\;\; g}{\dot{m}\;\; c_2\;\; \cos\;\; \alpha}$

$\tan\;\; \beta = \tan\;\; \alpha - \frac{m\;\; g}{\dot{m}\;\; c_2\;\; \cos\;\; \alpha}\;\; (1)$

$\dot{m} = \varrho_2\; A_2\; c_2\;\; (2)$ und

$\varrho_2 = \frac{p_2}{R\;\; T_2} = \frac{1{,}013\;\; 10^5}{287\;\; 313{,}15} = 1,1271\; \frac{kg}{m^3}\;\; (3)$

---

mit (3) in (2) in (1) folgt

$\beta = arctan(\tan\;\; 60^0 - \frac{0{,}01\;\; 9{,}81}{1{,}1271\;\; 0{,}1\;\; 3^2\;\; \cos\;\; 60^o})$

$\beta = \underline{\underline{56,979^o}}$