Universität Hannover
Institut für Strömungsmaschinen
Prof. Dr.-Ing. J .Seume

Klausur Frühjahr 2005

„Strömungsmechanik I“

Bearbeitungsdauer PO 2000: 90 min

zugelassene Hilfsmittel:

Taschenrechner (nicht programmier- oder graphikfähig)
IfS-Formelsammlung (ohne handschriftliche Ergänzungen)
Lineal und Schreibmaterial
mitgebrachtes Papier

weitere Hinweise: Ergebnisse sind durch einen Rechenweg zu begründen und nur mit einer Einheit richtig. Die zu verwendenden Indices sind (soweit gegeben) den Skizzen zu entnehmen, ansonsten in die Skizzen einzutragen.

Name	Vorname	Matr. Nummer

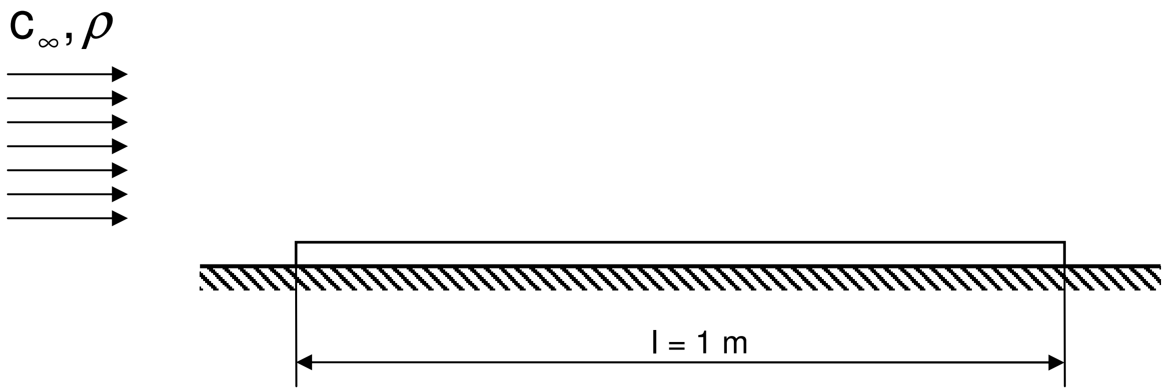
	mögliche Punktezahl	erreichte Punktezahl
Aufgabe 1	39	
Aufgabe 2	40	
Aufgabe 3	41	
Gesamt	120/90	
	Note	

Viel Erfolg!

Aufgabe 1) Kurzfrage a) (14 Punkte):

An einer ebenen, überströmten Platte bildet sich eine Grenzschicht zwischen der stehenden Platte und der sich bewegenden Luft aus. Die Luft hat eine ungestörte Anströmgeschwindigkeit von $c_\infty = 100 km/h$.
Wo liegt der laminar/turbulente Umschlagpunkt? Wie dick ist die Grenzschicht bei x = 0; 0,2 m und 0,4 m, bei Re_{krit} = 840.000? Wie groß sind die c_W-Werte der beiden Grenzschichten und die Kraft an der Platte, wenn diese 1m lang und breit ist? Die Dichte der anströmenden Luft beträgt ρ = 1,225 kg/m³.

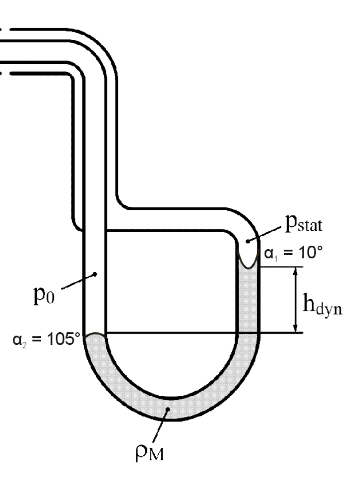
Gegeben:	$\rho = 1{,}225\ kg/m^3$	$Re_{krit} = 840.000$	$c_\infty = 100 km/h$
	$b = 1\ m$	$l = 1\ m$	$\nu_L = 15{,}3 \cdot 10^{-6}\ m^2/s$



Kurzfrage b) (10 Punkte):

In einer Prandtl Sonde steht die Messflüssigkeit (Dichte ρ_M = 1000 kg/m³) auf der rechten Seite h_{dyn} = 10 cm höher als auf der anderen Seite. Durch einen Vorversuch ist die linke Seite durch Parafin verschmutzt und die andere Seite sauber. Auf der sauberen Seite beträgt der Randwinkel α_1 = 10° und auf der verschmutzten Seite α_2 = 105°. Der Innendurchmesser beträgt d = 1 cm. Wie sieht das Kräftegleichgewicht an einer der beiden Seiten aus? Wie groß ist die Geschwindigkeit der Luft (Dichte ρ = 1,225 kg/m³), die mit Hilfe dieser Sonde bestimmt werden soll?

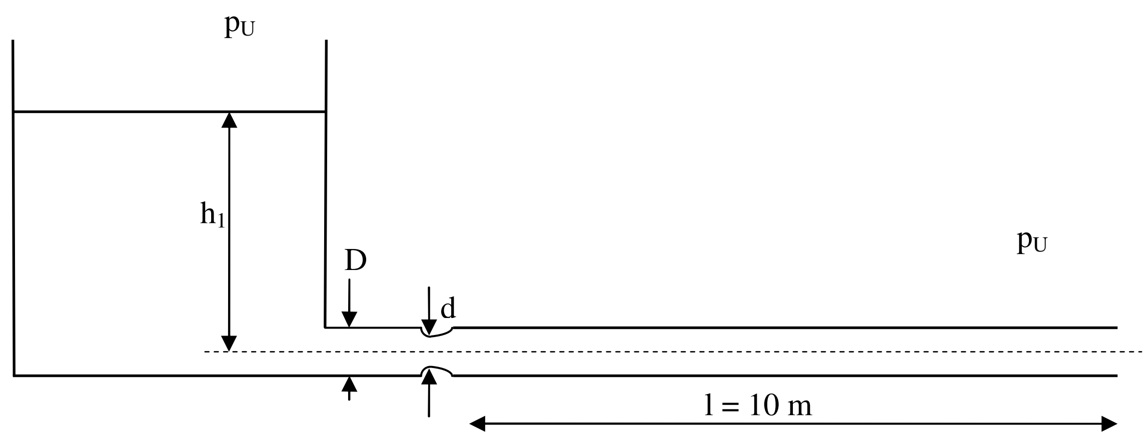
Gegeben:	$\rho = 1{,}225\ kg/m^3$	$\rho_M = 1000\ kg/m^3$	$h_{dyn} = 10\ cm$
	$d = 1\ cm$	$\alpha_1 = 10°$	$\alpha_2 = 105°$
	$\sigma = 0{,}0762\ N/m$		



Kurzfrage c) (15 Punkte)

Aus einem sehr großem Behälter fließt Wasser über eine Leitung mit dem Durchmesser D = 0,1 m aus. Um den Volumenstrom bestimmen zu können, befindet sich in diesem Rohr eine Venturidüse mit dem Durchmesser d = 0,0707 m. Über der Düse wird eine Druckdifferenz von Δp = 100 mbar gemessen.

Gegeben:	$\rho = 1000\ kg/m^3$	$D = 0{,}1\ m$	$d = 0{,}0707\ m$
	$l = 10\ m$	$\Delta p = 100\ mbar$	$k_S = 0{,}04\ mm$
	$\nu_W = 1{,}004 \cdot 10^{-6}\ m^2/s$		



- Welche Geschwindigkeit c_1 und welcher Massenstrom fließt durch das Rohr?
- Im waagerechten Rohr hinter der Düse ist die Reibung zu berücksichtigen. Die Sandkornrauhigkeit beträgt k_S = 0,04 mm. Das waagerechte Stück hat eine Länge von 10 m. Wie groß sind die relative Sandkornrauhigkeit und die Reynoldszahl? Welcher Druckverlust stellt sich ein?
- Welche Füllhöhe hat das Becken?

Aufgabe 2) (40 Punkte):

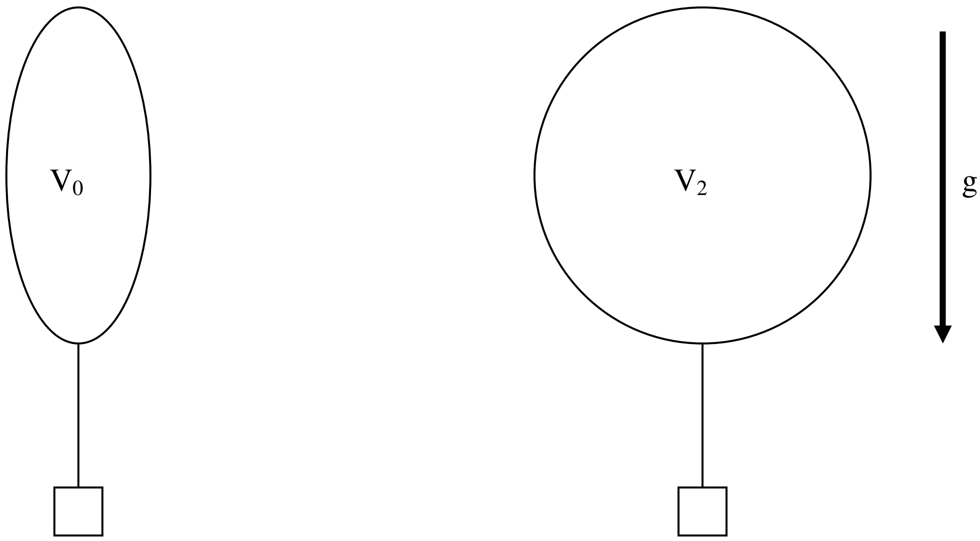
Um Messdaten für die Wettervorhersage zu bekommen, steigt ein mit Messtechnik bestückter Ballon auf. Er wird am Boden jedoch nur teilweise mit Traggas (Wasserstoff) gefüllt (Füllvolumen am Boden V_0).Beim Aufsteigen bläht er sich durch Volumenzunahme der Füllung, aufgrund der Druckabnahme, weiter bis auf sein Endvolumen V_2 auf. Danach ändert sich das Volumen nicht mehr. Dadurch entsteht ein zusätzlicher Auftriebsgewinn. Der Luftdruck am Boden beträgt p_0, die Luftdichte am Boden hat den Wert ρ_0 und die Lufttemperatur beträgt T_0. Der Umgebungsdruck der Luft ist von der Steighöhe abhängig und mit der barometrischen Höhenformel zu berechnen. Luft und Wasserstoff sind als ideale Gase zu behandeln.

<u>Gegeben:</u> Luft: $R_L = 287$ J/kgK $T_0 = 10°C$ $p_0 = 1$ bar
$\rho_{0,L} = 1{,}225$ kg/m³

Wasserstoff: $V_0 = 180$ m³ $V_2 = 400$ m³ $T_0 = 10°C$
$p_0 = 1$ bar $\rho_{0,H}(z = 0) = 0{,}0899$ kg/m³

Sonstige Größen: $g = 9{,}81$ m/s² $T_0 = 10°C$ $0°C = 273{,}15K$

Barometrische Höhenformel: $p = p_0 e^{\left(\frac{-\rho_0 g z}{p_0}\right)}$ z = 0: Erdboden



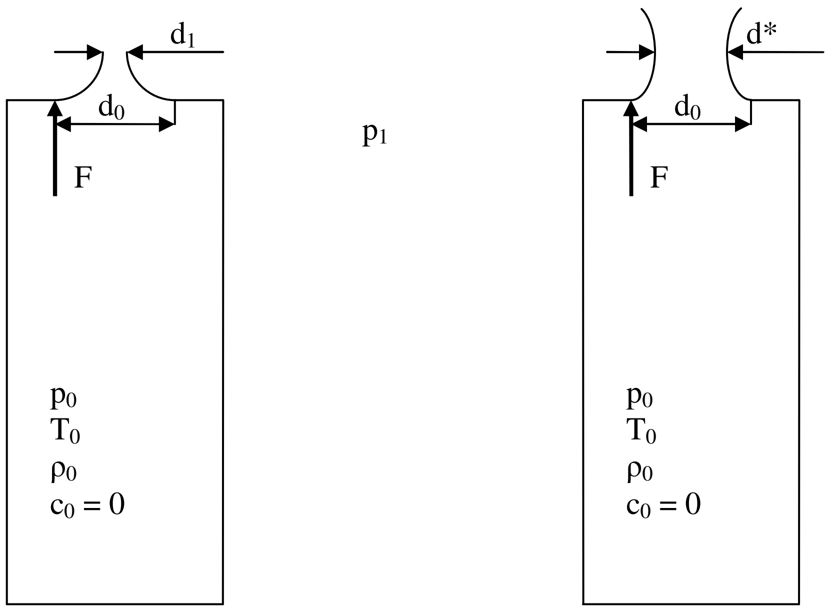
Ballon am Erdboden (z = 0) Ballon in großer Höhe

a) Wie lauten die Zustandsgrößen der Gase in 7 km Höhe ($p_{1,H}$, $p_{1,L}$, R_H, $\rho_{1,H}$, $\rho_{1,L}$) bei $T_1 = -40°C$?
(9 Punkte)
b) Wie lautet das Kräftegleichgewicht am Ballon? Wie schwer darf der Ballon höchstens sein (Ballongewicht einschließlich Zuladung, jedoch ohne Gewicht der Füllung), wenn er eine Höhe von 7 km erreichen soll? Die Temperatur betrage in dieser Höhe $T_1 = -40°C$.
(12 Punkte)
c) In welcher Höhe hat der Ballon sein Endvolumen erreicht? Die Temperatur in dieser Höhe betrage $T_2 = -45°C$.
(10 Punkte)
d) Durch ein Überdruckventil, das bei 100 mbar Überdruck öffnet und sich nicht wieder schließt, wird der Ballon wieder auf die Erde herabgelassen. Die Temperatur betrage in der Höhe des Öffnens $T_3 = -50°C$. Welcher Druck stellt sich im Ballon ein? In welcher Höhe öffnet das Ventil?
(9 Punkte)

Aufgabe 3) (41 Punkte)

Für eine Ballonfüllstation stehen zwei verschiedene Heliumdruckbehälter zur Auswahl. Der Ruhezustand ist für beide Behälter gleich (p_0, T_0, ρ_0). Der Unterschied besteht nur in der Ausströmdüse, die in dem einen Fall eine konvergente Düse und an dem anderen Behälter eine Lavaldüse ist. Die Strömung durch die Düsen sei in beiden Fällen isentrop und reibungsfrei. Helium darf als ideales Gas betrachtet werden. Die Druckbehälter seien groß genug, um den Vorgang des Ausströmens für eine gewisse Zeit als stationär betrachten zu können. Der Umgebungsdruck p_1 = 1 bar.

Gegeben:	p_1 = 1 bar	Stoffdaten Helium:	c_P = 5,24 kJ/kgK
	p_0 = 12 bar		$\kappa = c_P/c_V = 5/3$
	t_0 = 20°C		
		Düsengeometrie:	d_1 = 3 cm
			d^* = 4 cm
			d_0 = 6 cm



konvergente Düse Lavaldüse

a) Für den Füllvorgang soll ein Massenstrom von 1 kg/s erreicht werden. Ist das mit der konvergenten Düse möglich? (14 Punkte)
b) Berechnen Sie Geschwindigkeit c^*, Druck p^* und Temperatur T^* im engsten Querschnitt der Lavaldüse. (7 Punkte)
c) Es sind die Austrittsgeschwindigkeit c_1, die Dichten ρ_0 und ρ_1 der Lavaldüse zu berechnen. Um die Düse bei richtigen Gegendruck betreiben zu können, ist das Flächenverhältnis A_1/A^* der Lavaldüse zu berechnen. (10 Punkte)
d) Welches Problem ergibt sich für die Lavaldüse, falls der Umgebungsdruck sich ändert? (4 Punkte)
e) Welche Kraft tritt an der gekennzeichneten Stelle auf? Für die konvergente Düse soll der maximal durchsetzbare Massenstrom und für die Lavaldüse der sich einstellende Massenstrom betrachtet werden. (6 Punkte)

Musterlösung F 2005

Kurzfrage 1a)

$$Re_{krit} = \frac{x_U c_\infty}{\nu} \Rightarrow x_U = \frac{Re_{krit}\,\nu}{c_\infty} = \frac{840.000 * 15{,}3 \cdot 10^{-6} * 3{,}6}{100} m = \underline{\underline{0{,}46m}}$$

$$\frac{\delta}{x} = \frac{5}{\sqrt{Re_x}} \qquad \text{für } x = 0 \text{ m} \Rightarrow \delta = 0 \text{ m}$$

$$\text{für } x = 0{,}2 \text{ m} \Rightarrow \delta = \frac{5x}{\sqrt{Re_x}} = \frac{5 * 0{,}2m}{\sqrt{\frac{0{,}2 * 100}{3{,}6 * 15{,}3 \cdot 10^{-6}}}} = \underline{\underline{1{,}66mm}}$$

$$\text{für } x = 0{,}4 \text{ m} \Rightarrow \delta = \frac{5x}{\sqrt{Re_x}} = \frac{5 * 0{,}4m}{\sqrt{\frac{0{,}4 * 100}{3{,}6 * 15{,}3 \cdot 10^{-6}}}} = \underline{\underline{2{,}35mm}}$$

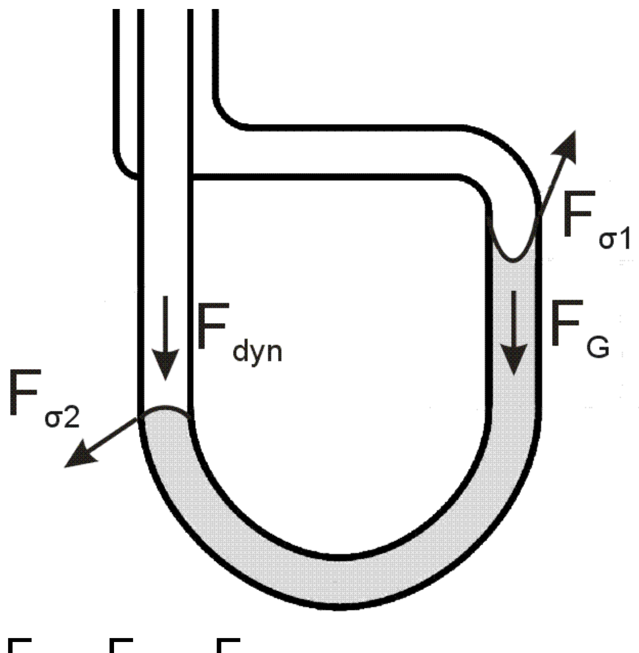
$$c_{Wlam} = \frac{1{,}328}{\sqrt{Re_l}} = \frac{1{,}328}{\sqrt{840.000}} = \underline{\underline{1{,}45 \cdot 10^{-3}}}$$

$$c_{Wturb} = \frac{0{,}074}{Re_l^{1/5}} = \frac{0{,}074}{\left(\frac{0{,}54 * 100}{3{,}6 * 15{,}3 \cdot 10^{-6}}\right)^{1/5}} = \underline{\underline{4{,}69 \cdot 10^{-3}}}$$

$$F_W = c_W \frac{\rho}{2} c_\infty^2 A = \left(c_{Wlam} x_U + c_{Wturb}\left[l - x_U\right]\right)\frac{\rho}{2} c_\infty^2 b$$

$$F_W = \left(1{,}45 \cdot 10^{-3} * 0{,}46 + 4{,}69 \cdot 10^{-3} 0{,}54\right)\frac{1{,}225}{2}\left(\frac{100}{3{,}6}\right)^2 = 0{,}316 + 1{,}197N = \underline{\underline{1{,}5N}}$$

Kurzfrage 1b)



KGG: $0 = F_{dyn} + F_{\sigma 1} - F_{\sigma 2} - F_G$

$$F_{dyn} = F_G - \left(F_{\sigma 1} - F_{\sigma 2}\right)$$

$$\frac{\rho}{2}c^2\frac{\pi}{4}d^2 = \rho_M g h_{dyn}\frac{\pi}{4}d^2 - (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)\sigma\pi d$$

$$\frac{\rho}{2}c^2 = \rho_M g h_{dyn} - (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)\sigma\frac{4}{d}$$

$$c = \sqrt{\frac{2}{\rho}\left[\rho_M g h_{dyn} - (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)\sigma\frac{4}{d}\right]}$$

$$c = \sqrt{\frac{2}{1{,}225}\left[1000\cdot 9{,}81\cdot 0{,}1 - (\cos 10° - \cos 105°)0{,}0762\frac{4}{0{,}01}\right]}\frac{m}{s} = \underline{\underline{39{,}3\, m/s}}$$

Kurzfrage 1c)

Bernoulli durch Düse: $\frac{c_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} = \frac{c_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho}$

Umstellen: $\frac{p_1 - p_2}{\rho} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2}$

Δp einsetzen: $\frac{c_2^2 - c_1^2}{2} = \frac{\Delta p}{\rho}$

Konti aufstellen: $\dot{m} = \frac{\pi}{4}D^2 c_1\rho = \frac{\pi}{4}d^2 c_2\rho$

Umstellen: $c_2 = c_1\left(\frac{D}{d}\right)^2 \Rightarrow c_2^2 = c_1^2\left(\frac{D}{d}\right)^4$

In Bernoulli einsetzen: $\frac{c_1^2}{2}\left[\left(\frac{D}{d}\right)^4 - 1\right] = \frac{\Delta p}{\rho}$

Ausklammern:

Nach c_1 auflösen: $c_1 = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho\left[\left(\frac{D}{d}\right)^4 - 1\right]}}$

Einsetzen: $c_1 = \sqrt{\frac{2 * 10^4}{10^3\left[\left(\frac{0{,}1}{0{,}0707}\right)^4 - 1\right]}}\frac{m}{s} = \underline{\underline{2{,}582\frac{m}{s}}}$ $c_2 = 5{,}163$

Massenstrom: $\dot{m} = \frac{\pi}{4}D^2 c_1\rho = \frac{\pi}{4}0{,}1^2\cdot 2{,}582\cdot 1000\frac{kg}{s} = \underline{\underline{20{,}28\, kg/s}}$

Reynolds: $Re = \frac{c_1\cdot D}{\nu} = \frac{2{,}582\cdot 0{,}1}{1{,}004 * 10^{-6}} = 257.171$

Rel. Rauhigkeit: $\frac{k_S}{D} = \frac{4 * 10^{-5}}{0{,}1} = \frac{0{,}04mm}{100mm} = 4 * 10^{-4}$

Lamda aus Moody: $\lambda = 0{,}018$

Druckverlust: $\Delta p = \lambda\frac{l}{D}\frac{c_1^2}{2}\rho = 0{,}018\frac{10}{0{,}1}\frac{2{,}852^2}{2}1000Pa = \underline{\underline{6000Pa}}$

0 =

=

Bernoulli Oberfläche => Austritt: $\frac{c_0^2}{2}+\frac{p_0}{\rho}+gh_0=\frac{c_3^2}{2}+\frac{p_3}{\rho}+\frac{\Delta p_V}{\rho}$

Nach h umstellen: $h=\frac{c_3^2}{2g}+\frac{\Delta p_V}{g\rho}=\frac{2{,}852^2}{2*9{,}81}m+\frac{6000}{9{,}81*10^3}m=\underline{\underline{1{,}03m}}$

Aufgabe 2)

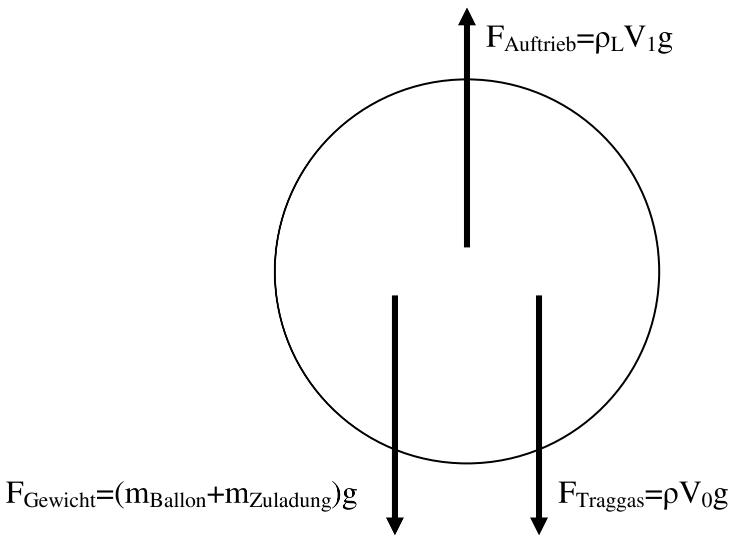
a)

$$p_{1,H}=p_{1,L}=p_0 e^{\left(\frac{-\rho_{0,L}gz}{p_0}\right)}=1\cdot e^{\left(\frac{-1{,}225*9{,}81*7000}{10^5}\right)}bar=\underline{\underline{0{,}4312bar}}$$

$$\rho_{1,L}=\frac{p_1}{R_L T_1}=\frac{43120kg}{287*233{,}15m^3}=\underline{\underline{0{,}6444\,kg/m^3}}$$

$$R_H=\frac{p_0}{\rho_{0,H}T_0}=\frac{10^5 J}{0{,}0899*283{,}15kgK}=\underline{\underline{3928{,}47\,J/kgK}}$$

$$\rho_{1,H}=\frac{p_1}{R_H T_1}=\frac{43120kg}{3928{,}47*233{,}15m^3}=\underline{\underline{0{,}0471\,kg/m^3}}$$



KGG: $F_G=F_A-F_F$

Berechne F_A:

$$m=V_0\rho_{0,H}=V_1\rho_{1,H} \text{ umstellen: } V_1=V_0\frac{\rho_{0,L}}{\rho_{1,L}}=180m^3\frac{0{,}0899}{0{,}0471}=\underline{343{,}7m^3}$$

$$F_A=\rho_{1,L}gV_1=0{,}644*9{,}81*343{,}7N=\underline{2172{,}9N}$$

Berechne F_F:

$$F_F=m_H g=\rho_{0,H}V_0 g=\rho_{1,H}V_1 g=0{,}0471*343{,}7*9{,}81N=\underline{158{,}75N}$$

$$F_G=F_A-F_F=2172{,}9-158{,}75N=\underline{2014{,}1N}\Rightarrow m=\frac{F_G}{g}=\frac{2014{,}1}{9{,}81}kg=\underline{\underline{205{,}3kg}}$$

c) ideales Gas:

$m=V_0\rho_{0,H}=V_1\rho_{1,H}=V_2\rho_{2,H}$

$$p_2=R_H T_2\rho_2=\frac{R_H T_2 V_1\rho_1}{V_2}=\frac{3928{,}47*228{,}15*343{,}7*0{,}0471}{400}Pa=\underline{36273Pa}$$

umstellen der barometrischen Höhenformel:

$$\ln\left(\frac{p_2}{p_0}\right)=\frac{-\rho_0 gz}{p_0} \quad => \quad z=\frac{-p_0}{\rho_0 g}\ln\left(\frac{p_2}{p_0}\right)=\frac{-10^5 m}{1{,}225*9{,}81}\ln\left(\frac{0{,}36273}{1}\right)=\underline{\underline{8438{,}7m}}$$

d) Rho ändert sich nicht mehr, da ab 8440 m max. Volumen erreicht, Druck fällt innen wegen Temperatur und außen fällt er wegen zunehmender Höhe weiter.
Ideales Gas:

$$\frac{p_2}{T_2}=\rho_{2,H}R_H=\rho_{3,H}R_H=\frac{p_{3,H}}{T_3}\Rightarrow p_{3,H}=p_2\frac{T_3}{T_2}=362{,}73mbar\,\frac{223{,}15}{228{,}15}=\underline{\underline{354{,}78mbar}}$$

$$p_{3,H}-\Delta p=p_{3,L}=354{,}78-100mbar=\underline{254{,}78mbar}$$

umstellen der barometrischen Höhenformel:

$$\ln\left(\frac{p_3}{p_0}\right)=\frac{-\rho_0 gz}{p_0} \quad => \quad z=\frac{-p_0}{\rho_0 g}\ln\left(\frac{p_3}{p_0}\right)=\frac{-10^5 m}{1{,}225*9{,}81}\ln\left(\frac{0{,}25478}{1}\right)=\underline{\underline{11378m}}$$

Aufgabe 3)

a) kritischer Zustand erreicht?

$$\frac{p_1}{p_0}\genfrac{}{}{0pt}{}{>}{<}\left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}\Rightarrow\frac{1}{12}<0{,}75^{2{,}5}=\underline{0{,}487}\Rightarrow \text{ja!}$$

max. durchsetzbarer Massenstrom:

$$\dot{m}^*=A_1\sqrt{2p_0\rho_0}\Psi^*$$

$$\text{mit } \Psi^*=\sqrt{\frac{\kappa}{\kappa-1}\left(\pi^{*\frac{2}{\kappa}}-\pi^{*\frac{\kappa+1}{\kappa}}\right)}=\underline{0{,}5135}\text{ und } \rho_0=\frac{p_0}{R_{He}T_0}$$

$$\text{ergibt sich } \dot{m}^*=\frac{\pi}{4}d_1^2\sqrt{\frac{2p_0^2}{R_{He}T_0}}0{,}5135$$

$$\text{mit } R_{He}=\frac{\kappa-1}{\kappa}c_P=0{,}4*5{,}24\frac{kJ}{kgK}=\underline{2096\frac{J}{kgK}}\text{ und } T_0=t_0+273{,}15K=\underline{293{,}15K}$$

$$\dot{m}^*=\frac{\pi}{4}0{,}03^2\sqrt{\frac{2(1{,}2*10^6)^2}{2096*293{,}15}}0{,}5135\frac{kg}{s}=\underline{\underline{0{,}786\,kg/s}}$$

Die Düse erreicht den geforderten Massenstrom nicht.

Aufgabe ist auch über Konti lösbar: $\dot{m}=A^*c^*\rho^*$

b) krit. Zustand, wie a)

$$c^*=a=\sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa+1}T_0R_{He}}=\sqrt{1{,}25*293{,}15*2096}\frac{m}{s}=\underline{\underline{876{,}4\frac{m}{s}}}$$

$$\frac{T_0}{T^*}=\frac{\kappa+1}{2}\Rightarrow T^*=\frac{2T_0}{\kappa+1}=\underline{\underline{219{,}86K}}$$

$$\frac{p_0}{p^*}=\left(\frac{\kappa+1}{2}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}\Rightarrow p^*=\frac{p_0}{\left(\frac{\kappa+1}{2}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}}=\frac{12bar}{\left(\frac{4}{3}\right)^{2{,}5}}=\underline{\underline{5{,}846bar}}$$

c) p_0 und p_1 sind bekannt und $c_0 = 0$ => c_1 über:

$$\frac{p_1}{p_0}=\left(1-\frac{\kappa-1}{2\kappa}\frac{\rho_0}{p_0}\left(c_1^2-c_0^2\right)\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

id. Gas

$$\rho_0 = \frac{p_0}{R_{He}T_0} = \frac{1.200.000\text{kg}}{2096 * 293{,}15\text{m}^3} = \underline{\underline{1{,}953\,\text{kg}/\text{m}^3}}$$

umstellen: $c_1 = \sqrt{\left(1-\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right)\frac{2\kappa}{\kappa-1}\frac{p_0}{\rho_0}} = \underline{\underline{1391{,}1\frac{\text{m}}{\text{s}}}}$

$$\frac{\rho_1}{\rho_0} = \left(1-\frac{\kappa-1}{2\kappa}\frac{\rho_0}{p_0}\left(c_1^2 - c_0^2\right)\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}$$

$$\Rightarrow \rho_1 = 1{,}953\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\left(1-0{,}2\frac{1{,}953}{1{,}2 * 10^6}1391{,}1^2\right)^{1{,}5} = \underline{\underline{0{,}44\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}}$$

über Konti: $\dot{m} = A * \rho * c* = A_1\rho_1 c_1$

mit $\frac{\rho_0}{\rho *} = \left(\frac{\kappa+1}{2}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \Rightarrow \rho* = \frac{\rho_0}{\left(\frac{\kappa+1}{2}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}} = \frac{1{,}953\,\text{kg}/\text{m}^3}{\left(\frac{4}{3}\right)^{1{,}5}} = \underline{1{,}27\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}$

d) Falls p_1 steigt => Verdichtungsstoß in der Düse
   Falls p_1 fällt => Verdünnungswelle hinter Düse (Nachexpansion)

e) Impulssatz für konvergente Düse:

$$\sum F_y = 0 = F + A_0 p_0 + \dot{m}(c_{ein} - c_1) - (A_0 - A_1)p_1 - A_1 p_{aus}$$

mit $\dot{m} = A_0\rho_0 c_{ein} \Rightarrow c_{ein} = \frac{\dot{m}}{A_0\rho_0} = \frac{4 * 0{,}786\text{m}}{\pi \cdot 0{,}06^2 \cdot 1{,}953\text{s}} = \underline{142{,}34\frac{\text{m}}{\text{s}}}$

und $p_{aus} = \pi * p_1 = 0{,}487 \cdot 12\text{bar} = \underline{5{,}844\text{bar}}$

$$F = p_1(A_0 - A_1) + p_{aus}A_1 - p_0 A_0 + \dot{m}(c_1 - c_0)$$

$$F = \frac{\pi}{4}\left[10^5\left(0{,}06^2 - 0{,}03^2\right) + 584600 \cdot 0{,}03^2 - 1{,}2 * 10^6 \cdot 0{,}06^2\right] + 0{,}786(876{,}4 - 142{,}34) = \underline{\underline{-2191\text{N}}}$$

Impulssatz Lavaldüse

$$\sum F_y = 0 = F + A_0(p_0 - p_1) + \dot{m}(c_{ein} - c_1)$$

mit $\dot{m} = A_1\rho_1 c_{ein} = A * \rho * c* \Rightarrow c_{ein} = \frac{A * \rho * c *}{A_0\rho_0} = \frac{0{,}04^2 \cdot 1{,}27 \cdot 876{,}4\text{m}}{0{,}06^2 \cdot 1{,}953\text{s}} = \underline{253{,}3\frac{\text{m}}{\text{s}}}$

und $\dot{m} = A_1\rho_1 c_{ein} = \frac{\pi}{4}0{,}06^2 \cdot 1{,}953 \cdot 253{,}3 = \underline{1{,}4\frac{\text{kg}}{\text{s}}}$

$$F = A_0(p_1 - p_0) + \dot{m}(c_1 - c_{ein}) = \frac{\pi}{4}0{,}06^2\left(10^5 - 1{,}2 * 10^6\right) + 1{,}4(1391{,}1 - 253{,}3) = \underline{\underline{-1517\text{N}}}$$