Universität Hannover
Institut für Turbomaschinen und Fluiddynamik
Prof. Dr.-Ing. J .Seume

Klausur Frühjahr 2006

„Strömungsmechanik I“

Bearbeitungsdauer PO 2000: 90 min

zugelassene Hilfsmittel:

- Taschenrechner (nicht programmierbar)
- IfS-Formelsammlung (ohne handschriftliche Ergänzungen)
- Lineal und Schreibmaterial
- mitgebrachtes Papier

weitere Hinweise: Ergebnisse sind durch einen Rechenweg zu begründen und nur mit einer Einheit richtig. Die zu verwendenden Indizes sind (soweit gegeben) den Skizzen zu entnehmen, ansonsten in die Skizzen einzutragen.
Beschriften Sie jedes Blatt mit Name und Matrikelnr.

Name	Vorname	Matr. Nummer

	mögliche Punktezahl	erreichte Punktezahl
Aufgabe 1	30	
Aufgabe 2	47	
Aufgabe 3	43	
Gesamt	120	
	Note	

!!Alle Aufgabenteile sind unabhängig voneinander lösbar!!

Viel Erfolg!

Kurzaufgabe 1a.) 5 Punkte

Ein Wasserkanal nach Abbildung 1 ist durch ein vertikales Plattenwehr der Breite b abgeschlossen. Der Wasserspiegel befindet sich in einem Abstand h vom Kanalboden.

Welche resultierende horizontale Gesamtkraft F übt der Wasserdruck auf das Plattenwehr aus?

Gegeben: ρ; g; h; b

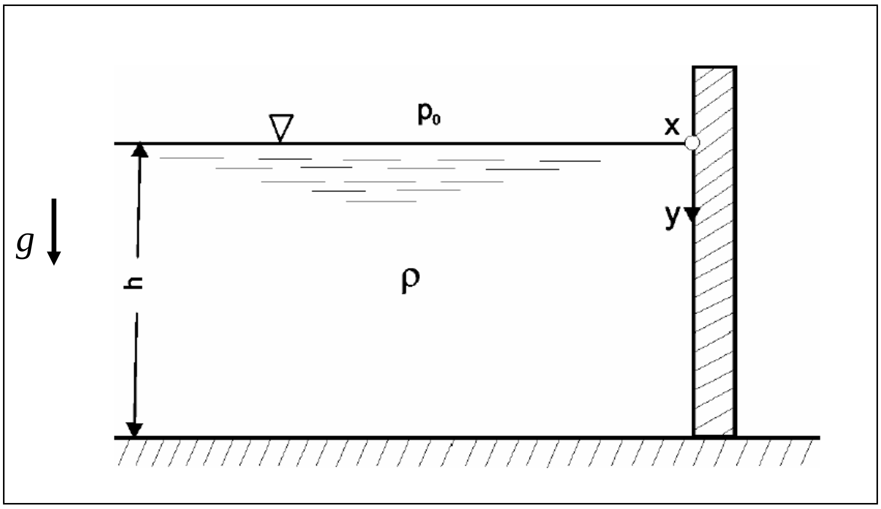


Abbildung 1

Kurzaufgabe 1b.) 10 Punkte

Aus einer Verzweigung strömt Wasser stationär ins Freie (siehe Abbildung 2). In der Zuströmleitung ist der Druck um Δp höher als in der Umgebung. Die Strömung sei reibungsfrei und inkompressibel.

a.) Wie groß sind die Geschwindigkeiten c_2 und c_3?

b.) Für welchen Winkel α_3 wird die resultierende Kraft in <u>Y-Richtung</u> an der gesamten Konstruktion identisch Null?

Gegeben: c_1=2,6m/s; A_2=0,03m$^{2;}$ A_3=0,07m^2; α_2=30°; Δp=10^{4}Pa; ρ=1000kg/m^3

Hinweis: Die Strömungsgeschwindigkeiten seinen über dem jeweiligen Querschnitt konstant.

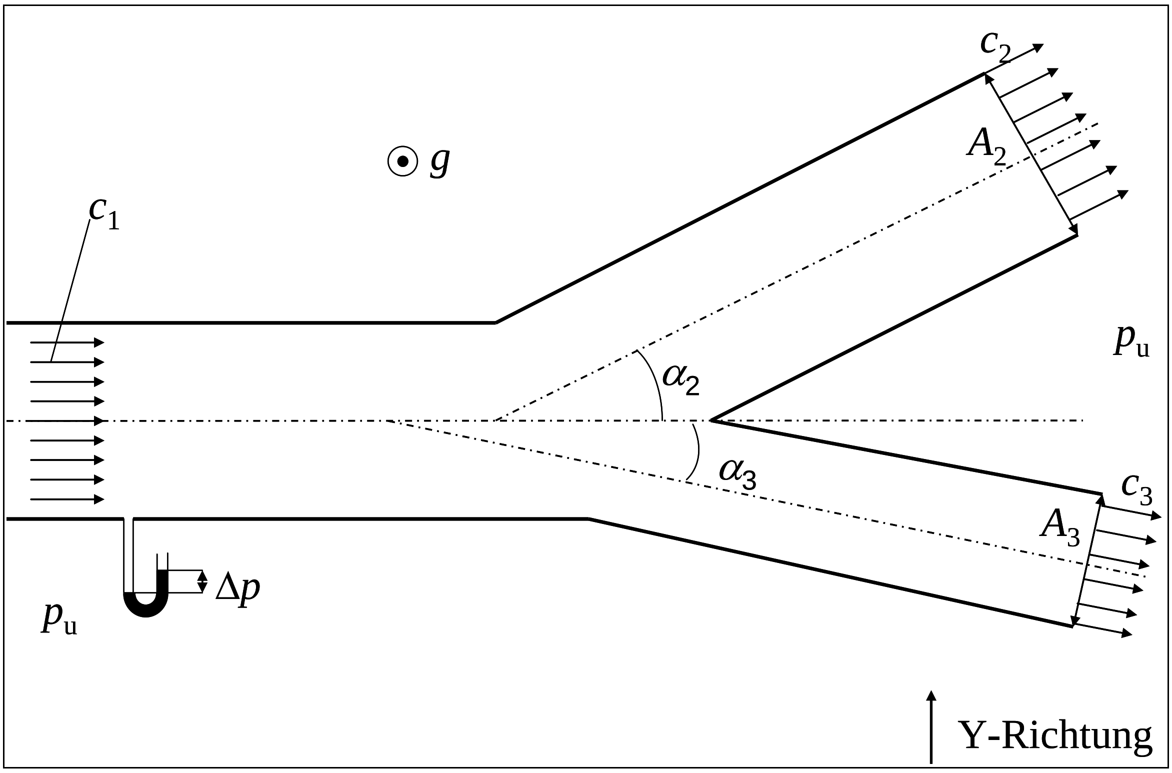


Abbildung 2

Kurzaufgabe 1c.) 15 Punkte

Gegeben ist ein Schalenkreuzanemometer nach Abbildung 3 zur Messung von Windgeschwindigkeiten. Es besteht aus 4 Halbschalen, deren Mittelpunkte jeweils mit dem Radius R mit einer Welle verbunden sind. Die Welle dreht mit der Winkelgeschwindigkeit ω. Vereinfacht kann angenommen werden, dass der c_W-Wert der Halbschale I für die gegebene Anströmung c_∞ dreimal so groß ist, wie der der Halbschale II. Die Definition des c_W-Wertes entspricht dem der Vollkugel.

Berechnen Sie die Winkelgeschwindigkeit ω in Abhängigkeit der Strömungsgeschwindigkeit c_∞.

Gegeben: R; c_∞

Hinweis: Die Umströmung der Halbschalen III und IV kann vernachlässigt werden.

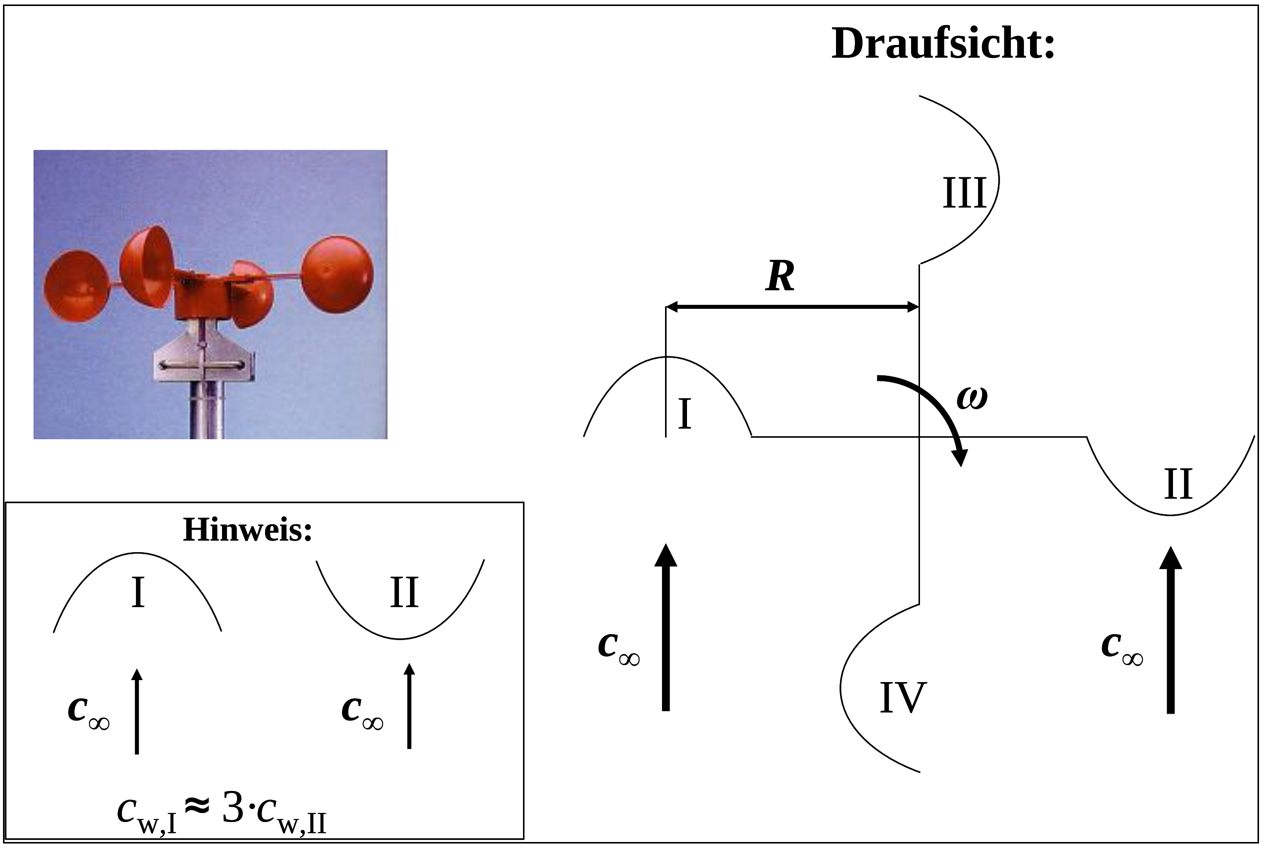

Draufsicht:
R
ω
I
II
III
IV
c_∞
c_∞
Hinweis:
I
II
c_∞
c_∞
$c_{w,I} \approx 3 \cdot c_{w,II}$

Abbildung 3

Aufgabe 2.) 45 Punkte

Auf einem See (Wasser ist in Ruhe) gleitet ein Surfer mit konstanter Geschwindigkeit c_i. Die Wasserlinie des Surfboards hat eine Länge von $L_{Surfbrett}$=3m. Wellenbewegungen sind ebenso zu vernachlässigen wie die Einflüsse von Schwert und Finne. Das Surfbrett wird als ebene Platte betrachtet, wobei die Überströmung der Platte durch die Luft an der Oberseite des Surfbrettes vernachlässigt werden kann.

2.1) (12Punkte)

a.) Findet bei der Umströmung an der Unterseite des Surfbrettes ein Umschlag der Grenzschichtströmung statt? Wenn ja, geben Sie den Ort des Umschlages x_{tr,H_20} an!

b.) Zeichnen Sie qualitativ jeweils ein Geschwindigkeitsprofil als Funktion der Querkoordinate für den laminaren und den turbulenten Zustand der Grenzschicht.

c.) Wenn das Fluid Wasser durch Luft ersetzt wird, wo fände der mögliche Umschlag dann statt? Geben Sie auch hier wieder den möglichen Ort des Umschlages $x_{tr,Luft}$ an!

Gegeben für den gesamten Teil 1: $L_{Surfbrett}$=3m; ρ_{H_2O}=1000 kg/m^3; η_{H_2O}=10^{-3} Ns/m^2; Re_{krit}=10^6; c_1=40km/h; ρ_{Luft}=1,2 kg/m^3; η_{Luft}=18·10^{-6}Ns/m^2

2.2) (12Punkte)

Wie groß ist die Widerstandskraft der vollständig turbulent überströmten Unterseite des Surfbretts?

Gegeben für Teil 2: $L_{Surfbrett}$=3m; ρ_{H_2O}=1000kg/m^3; η_{H_2O}=10^{-3}Ns/m^2; c_2=36km/h; $B_{Surfbrett}$=0,6m

2.3) (23Punkte)

Der Surfer hat auf seinem Surfbrett eine Fontäne installiert. Das Surfbrett steht (c_i=0) auf der Oberfläche des Sees. Das Wasser wird aus einer Tiefe H_1 angesaugt und mittels einer Pumpe auf die Höhe H_2 gefördert. Dabei tritt nur auf der Rohrlänge L ein Druckverlust aufgrund der Sandkornrauhigkeit k_S auf. Bestimmen Sie die benötigte mechanische Leistung der Pumpe, wenn ein Massenstrom von $\dot{m} = 10\,\frac{\text{kg}}{\text{s}}$ durch das Rohr durchgesetzt werden soll. Das Fluid sei inkompressibel

Gegeben für Teil 3: L=2m; ρ_{H_2O}=1000kg/m^3; ν_{H_2O}=10^{-6}m^2/s; D_{Rohr}=0,05m; k_s=5·10^{-4}m; H_2=10m; g=9,81m/s^2

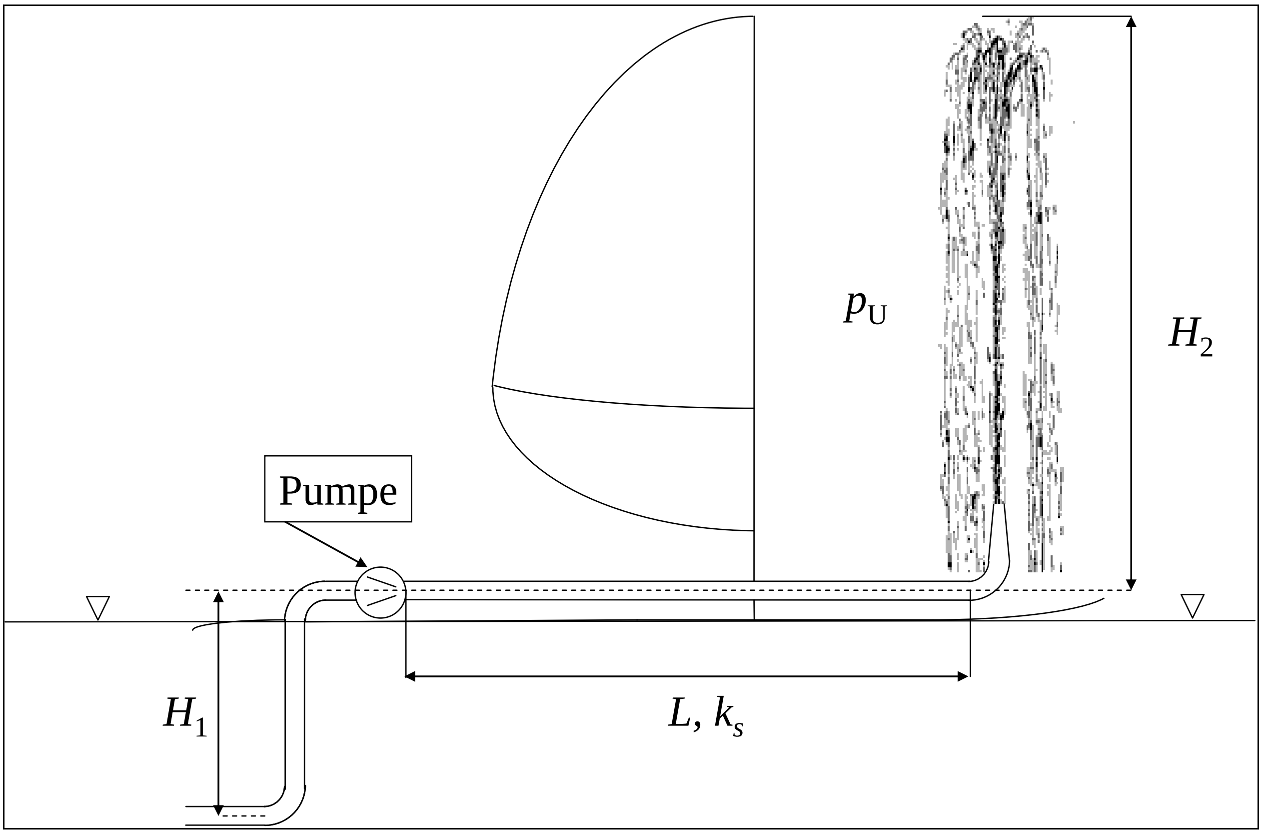


Abbildung 4

Aufgabe 3.) 44 Punkte

In einem Windkanal nach Abbildung 5 wird der Auftrieb eines Modells eines neuen Tragflügels experimentell untersucht. Der Windkanal besteht aus einer Ansaugung, einer Messstrecke und einem Gebläse. Die Ansaugung und der Austritt erfolgen gegenüber dem Umgebungsdruck. Die Messstrecke ist als Freistrahl in einer abgeschlossenen Messkabine ausgeführt. Die Strömung des Freistrahls wird mit einer kombinierten Sonde (statischer Druck und Totaltemperatur) vermessen.

Das Fluid kann als ideales Gas betrachtet werden. Die Strömung sei isentrop, **kompressibel** und stationär.

Gegeben für alle Aufgabenteile: κ=1,4; R=287J/(kg·K); A_1=0,1m^2; T_u=293K

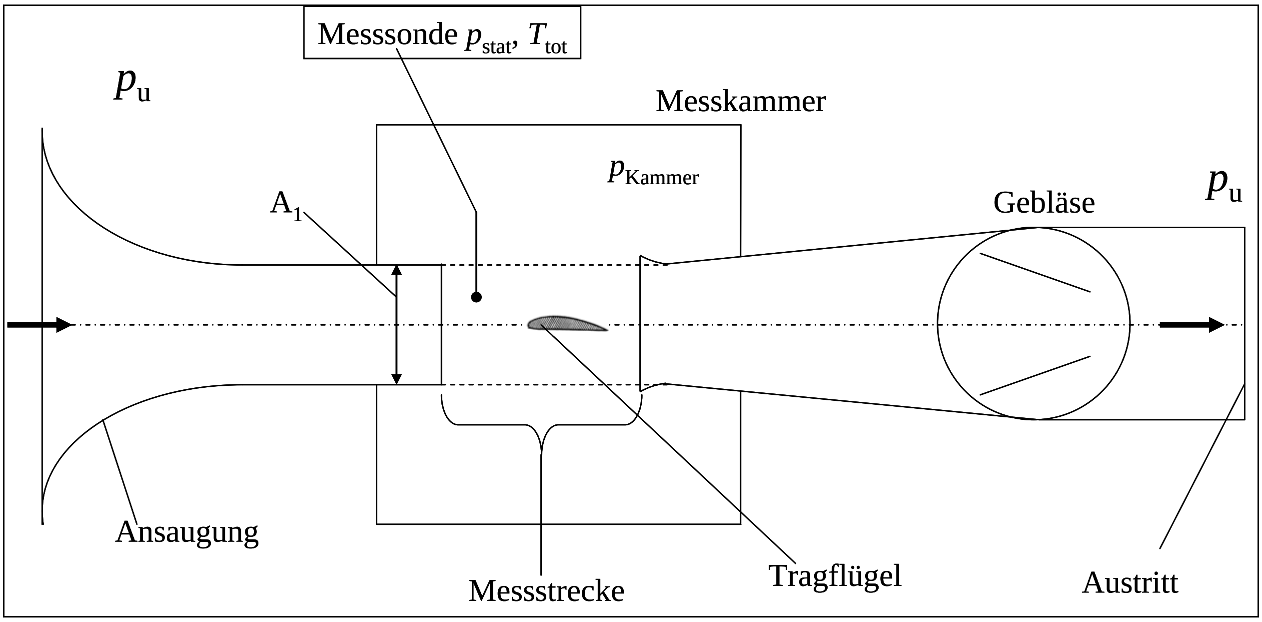


Abbildung 5

3.1) (17Punkte)

Bestimmen Sie den Volumenstrom an der Stelle 1 und den Druck in der Messkammer (p_{Kammer}).

Gegeben für Teil 1: p_u=10^{5}Pa; p_{stat}=84300Pa

3.2) (10Punkte)

Die Auftriebskraft wird mittels einer Feder mit der Federsteifigkeit k bestimmt (siehe Abbildung 6). Ohne Anströmung ist die Feder um den Weg Δs_1 gegenüber der unbelasteten Feder ausgelenkt. Berechnen Sie zuerst die Masse des Tragflügels.

Zeichnen Sie dann ein vollständiges Freikörperbild des Tragflügels für den strömenden Zustand. Berechnen Sie die Verkürzung der Feder gegenüber dem nicht strömenden Zustand, wenn der Auftriebsbeiwert c_A für den strömenden Zustand durch den Tragflügel erreicht werden soll. Eine Bewegung des Tragflügels (Breite *b* und Länge *l*) in Strömungsrichtung kann vernachlässigt werden.

Gegeben für Teil 2: b; l; c_∞; c_A; g; ρ_∞; k

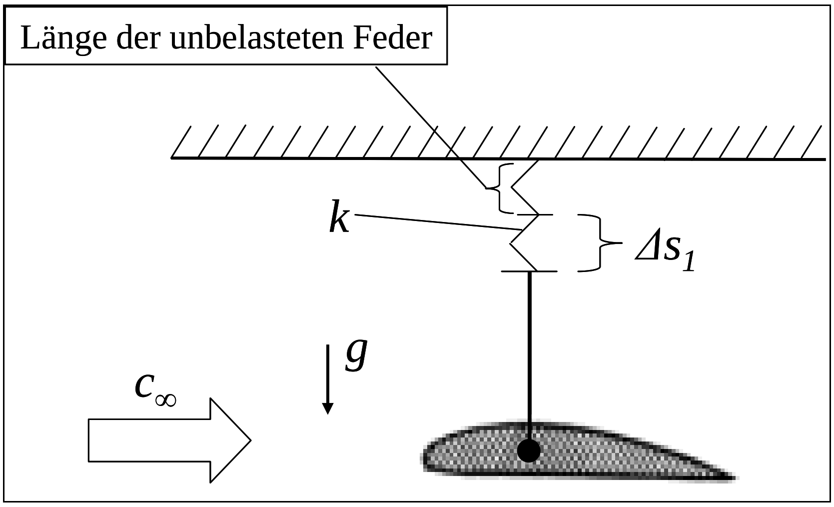


Abbildung 6

3.3) (5Punkte)

Das neue Tragflügelprofil hat sich als eine aerodynamische Verbesserung erwiesen und soll nun auf ein reales Segelflugzeug im Maßstab 1:10 skaliert werden. Nennen Sie eine dimensionslose Kennzahl, die Sie dafür für geeignet halten und nennen Sie deren allgemeine formelmäßige Definition.

Erklären Sie begründet, welche Größen in der von Ihnen gewählten dimensionslosen Kennzahl für die Skalierung wie verändert werden müssen.

Hinweis: Die Änderung der Viskosität kann vernachlässigt werden.

3.4) (11Punkte)

Im Rahmen einer Umgestaltung des Windkanals soll ein leistungsstärkeres Gebläse ausgelegt werden. An der Stelle 1 soll nun eine maximale Mach-Zahl von 0,6 erreicht werden. Bestimmen Sie den sich einstellenden Massenstrom.

Gegeben für Teil 3: ρ_u=1,2kg/m³

Musterlösungen der Klausur Strömungsmechanik I WS 05/06

Kurzaufgaben

Kurzaufgabe 1a.)

$$p(y) = \rho \cdot g \cdot y + p_0$$

$F = \int_0^A p(y) \cdot dA - p_0 \cdot A$. Mit $dA = dy \cdot b$ bzw. $A = h \cdot b$

Der Umgebungsdruck liegt auf beiden Seiten des Wehres an und hat somit keine resultierende Komponente auf das Wehr.

$$F = b \cdot \rho \cdot g \cdot \int_0^h y \cdot dy$$

$$F = \rho \cdot g \cdot b \cdot \left[\frac{y^2}{2} + c_1 \right]_0^h$$

$$F = \rho \cdot g \cdot b \cdot \frac{h^2}{2}$$

Kurzaufgabe 1b.)

a.) $\rho \cdot \frac{c_1^2}{2} + (p_u + \Delta p) = \rho \cdot \frac{c_2^2}{2} + p_u$, Bernoulli reibungsfrei von 1 nach 2

$$\rho \cdot \frac{c_2^2}{2} = \rho \cdot \frac{c_1^2}{2} + (\Delta p)$$

$$c_2^2 = c_1^2 + \frac{2 \cdot \Delta p}{\rho} = \left(2{,}6 \frac{m}{s} \right)^2 + \frac{2 \cdot 10^4 \, Pa}{1000 \frac{kg}{m^3}}$$

$$c_2 = 5{,}17 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Analog für c_3 -> $c_3 = c_2$

b.) $F_{vertikal,2} = F_{vertikal,3}$

$$F_{\text{vertikal,2}} = \left(\rho \cdot c_2^2 + p_{\text{u}} \right) \cdot A_2 \cdot sin(\alpha_2)$$

$$F_{\text{vertikal,3}} = \left(\rho \cdot c_3^2 + p_{\text{u}} \right) \cdot A_3 \cdot sin(\alpha_3)$$

$\left(\rho \cdot c_2^2 + p_{\text{u}} \right) \cdot A_2 \cdot \sin(\alpha_2) = \left(\rho \cdot c_3^2 + p_{\text{u}} \right) \cdot A_3 \cdot sin(\alpha_3)$, mit $c_2 = c_3$

$$\sin(\alpha_3) = \frac{A_2}{A_3} \cdot \sin(\alpha_2)$$

$$\alpha_3 = arcsin\left(\frac{A_2}{A_3} \cdot sin(\alpha_2)\right)$$

$$\alpha_3 = arcsin\left(\frac{0{,}03m^2}{0{,}07m^2} \cdot sin(30°)\right) = 12{,}37°$$

Kurzaufgabe 1c.)

$M_{\mathrm{I}} = M_{\mathrm{II}}$ Summe aller Momente gleich null, rotierendes aber nicht beschl. System

$$c_{\mathrm{w,i}} = \frac{F_{\mathrm{W}}}{\frac{\rho}{2} \cdot w_\infty^2 \cdot A}$$

$M_{\mathrm{I}} = R \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (c_\infty - \omega \cdot R)^2 \cdot A \cdot c_{\mathrm{w,I}}$, Relativgeschw. *w* einsetzen

$M_{\mathrm{II}} = R \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (\omega \cdot R + c_\infty)^2 \cdot A \cdot c_{\mathrm{w,II}}$ Relativgeschw. *w* einsetzen

$c_{w,I} \cdot (c_\infty - \omega \cdot R)^2 = c_{w,II} \cdot (\omega \cdot R + c_\infty)^2$ mit $c_{w,I} = 3 \cdot c_{w,II}$

$$3 \cdot (c_\infty - \omega \cdot R)^2 = (\omega \cdot R + c_\infty)^2$$

$$\pm\sqrt{3} \cdot (c_\infty - \omega \cdot R) = (\omega \cdot R + c_\infty)$$

$$\omega \cdot R \cdot \left(1 + \pm\sqrt{3}\right) = c_\infty \cdot \left(\pm\sqrt{3} - 1\right)$$

$$\omega = \frac{c_\infty}{R} \cdot \frac{\left(\pm\sqrt{3} - 1\right)}{\left(1 + \pm\sqrt{3}\right)}$$

Das negative Vorzeichen vor der Wurzel macht physikalisch keinen Sinn. ω·R kann nicht größer als c_∞ sein.

$$\omega = \frac{c_\infty}{R} \cdot \frac{\left(\sqrt{3} - 1\right)}{\left(1 + \sqrt{3}\right)} = 0{,}268 \cdot \frac{c_\infty}{R}$$

Aufgabe 2.)

2.1) Umschlagspunkt bestimmen

a.) $Re_L = \frac{c_\infty \cdot L_{Surfbrett}}{\nu_{Wasser}}$

$$Re_L = \frac{\rho_{Wasser} \cdot c_\infty \cdot L_{Surfbrett}}{\eta_{Wasser}}$$

$$Re_L = \frac{1000\frac{kg}{m^3} \cdot \frac{40}{3{,}6}\frac{m}{s} \cdot 3m}{10^{-3}\frac{N \cdot s}{m^2}}$$

$$Re_L = 33{,}33 \cdot 10^6$$

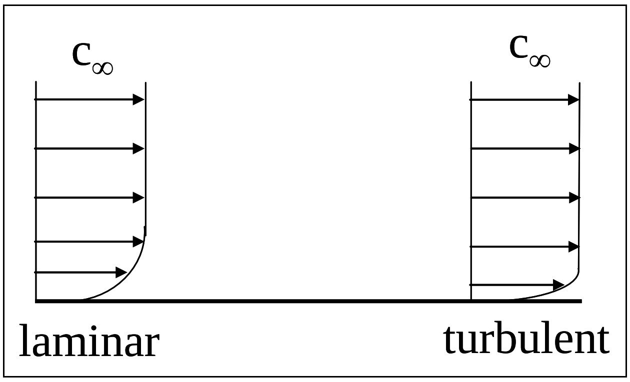
Damit ist die Platten-Reynolds-Zahl größer als die kritische Reynolds-Zahl von 10^6 und es findet ein lam-turb Umschlag statt.

$$Re_{krit} = \frac{c_\infty \cdot x_{tr}}{\nu_{Wasser}}$$

$$x_{tr} = Re_{krit} \cdot \frac{\nu_{Wasser}}{c_\infty} = Re_{krit} \cdot \frac{\eta_{Wasser}}{\rho_{Wasser} \cdot c_\infty}$$

$$x_{tr} = 10^6 \cdot \frac{10^{-3}\frac{N \cdot s}{m^2}}{1000\frac{kg}{m^3} \cdot \frac{40}{3{,}6}\frac{m}{s}} = 0{,}09m$$

b.) Grenzschichtzustände



Für die turbulente Grenzschicht ist der Gradient an der Plattenoberfläche deutlich größer als der für die laminare Grenzschicht.

$\left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{Wand,lamianreGS} << \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{Wand,turbulenteGS}$ (nur Hinweis, nicht notwendig zum Lösen der Teilaufgabe)

c.) Wasser durch Luft ersetzen

$$Re_{krit} = \frac{c_\infty \cdot x_{tr}}{\nu_{Luft}}$$

$$x_{tr} = Re_{krit} \cdot \frac{\nu_{Luft}}{c_\infty} = Re_{krit} \cdot \frac{\eta_{Luft}}{\rho_{Luft} \cdot c_\infty}$$

$$x_{tr} = 10^6 \cdot \frac{18 \cdot 10^{-6} \frac{N \cdot s}{m^2}}{1{,}2 \frac{kg}{m^3} \cdot \frac{40}{3{,}6} \frac{m}{s}} = 1{,}35m$$

Der lam-turb Umschlag findet somit weiter stromabwärts statt.

2.2) Widerstandskraft berechnen

$$c_w = \frac{F_W}{\frac{\rho}{2} \cdot c_\infty^2 \cdot b \cdot L}$$

$$F_W = c_w \cdot \frac{\rho}{2} \cdot c_\infty^2 \cdot b \cdot L$$

Formel für vollständig turbulent umströmte Platte verwenden:

$$c_w = \frac{0{,}074}{Re_L^{1/5}} \text{ mit } Re_L = \frac{\rho_{Wasser} \cdot c_\infty \cdot L_{Surfbrett}}{\eta_{Wasser}}$$

$$Re_L = \frac{1000 \frac{kg}{m^3} \cdot \frac{36}{3{,}6} \frac{m}{s} \cdot 3m}{10^{-3} \frac{N \cdot s}{m^2}} = 30 \cdot 10^6$$

$$c_w = \frac{0{,}074}{\left(30 \cdot 10^6\right)^{1/5}}$$

$$F_W = \frac{0{,}074}{\left(30 \cdot 10^6\right)^{1/5}} \cdot \frac{1000 \frac{kg}{m^3}}{2} \cdot \left(\frac{36}{3{,}6} \frac{m}{s}\right)^2 \cdot 0{,}6m \cdot 3m$$

$$F_W = 212{,}84\text{N}$$

2.3) Leistung der Pumpe

Bestimmung der Geschwindigkeit im Rohr

$$\dot{m} = \rho \cdot c \cdot A$$

$$c = \frac{\dot{m}}{\rho \cdot A} = \frac{10\,\frac{kg}{s}}{1000\,\frac{kg}{m^3} \cdot \pi \cdot \frac{(0{,}05m)^2}{4}} = 5{,}09\,\frac{m}{s}$$

Berechung der Reynolds-Zahl

$$Re = \frac{c \cdot d}{\upsilon} = \frac{5{,}09\,\frac{m}{s} \cdot 0{,}05m}{10^{-6}\,\frac{m^2}{s}} = 2{,}55 \cdot 10^5$$, Strömung ist vollturbulent

$$\frac{k_s}{D} = \frac{5 \cdot 10^{-4}m}{0{,}05m} = 10^{-2}$$

Daraus ergibt sich aus dem Moody-Diagramm:

$$\lambda = 0{,}038$$

$$\Delta p_{V,1,2} = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot c^2$$

$$\Delta p_{V,1,2} = 0{,}038 \cdot \frac{2m}{0{,}05m} \cdot \frac{1000\,\frac{kg}{s}}{2} \cdot (5{,}09m)^2 = 19{,}69 \cdot 10^3\,Pa$$

Erweiterte Bernoulli-Gleichung von Punkt 1 zur Spitze der Fontäne

$$p_1 + \rho \cdot \frac{c_1^2}{2} - \rho \cdot g \cdot H_1 + \frac{P_{1,2}}{\dot{V}} = p_2 + \rho \cdot \frac{c_2^2}{2} + \rho \cdot g \cdot H_2 + \Delta p_{V,1,2}$$ mit c_2=0 und p_2=p_u

$$p_1 + \rho \cdot \frac{c_1^2}{2} - \rho \cdot g \cdot H_1 + \frac{P_{1,2}}{\dot{V}} = p_u + \rho \cdot g \cdot H_2 + \Delta p_{V,1,2}$$

$$\frac{P_{1,2}}{\dot{V}} = (p_u - p_1) + \rho \cdot g \cdot (H_2 + H_1) - \rho \cdot \frac{c_1^2}{2} + \Delta p_{V,1,2}$$

$$P_{1,2} = \dot{m} \cdot \left[\frac{(p_u - p_1)}{\rho} + g \cdot (H_2 + H_1) - \frac{c_1^2}{2} + \frac{\Delta p_{V,1,2}}{\rho} \right]$$

Bernoulli von Wasseroberfläche zum Punkt1 zur Bestimmung von p_1

$$p_0 + \rho \cdot \frac{c_0^2}{2} = p_1 + \rho \cdot \frac{c_1^2}{2} - \rho \cdot g \cdot H_1$$, mit c_0=0 und p_0=p_u

$$p_1 = p_u - \rho \cdot \frac{c_1^2}{2} + \rho \cdot g \cdot H_1$$

$$P_{1,2} = \dot{m} \cdot \left[\frac{(p_u - p_1)}{\rho} + g \cdot (H_2 + H_1) - \frac{c_1^2}{2} + \frac{\Delta p_{V,1,2}}{\rho} \right]$$

$$P_{1,2} = \dot{m} \cdot \left[\frac{\left(p_u - \left(p_u - \rho \cdot \frac{c_1^2}{2} + \rho \cdot g \cdot H_1 \right) \right)}{\rho} + g \cdot (H_2 + H_1) - \frac{c_1^2}{2} + \frac{\Delta p_{V,1,2}}{\rho} \right]$$

$$P_{1,2} = \dot{m} \cdot \left[g \cdot H_2 + \frac{\Delta p_{V,1,2}}{\rho} \right]$$

$$\mathrm{P}_{1,2} = 10\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}} \cdot \left[9{,}81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 10\mathrm{m} + \frac{19{,}69 \cdot 10^3\,\mathrm{Pa}}{1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}} \right]$$

$$\mathrm{P}_{1,2} = 1177{,}9\mathrm{W}$$

Aufgabe 3.)

3.1) Volumenstrom bestimmen

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(1 - \frac{\kappa - 1}{2 \cdot \kappa}\,\frac{\rho_1}{\mathrm{p}_1}\left(c_2^2 - c_1^2\right)\right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}$$ mit Umgebung = Zustand 1 und Stelle 1 = Zustand 2

$$c_2 = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa - 1} \cdot \frac{p_0}{\rho_0}\left[1 - \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}}\right]}$$

$$\frac{p_0}{\rho_0} = R \cdot T_0$$

$$c_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}4}{1{,}4 - 1} \cdot 287\,\frac{J}{kg \cdot K} \cdot 293K \cdot \left[1 - \left(\frac{84300Pa}{10^5\,pa}\right)^{\frac{1{,}4-1}{1{,}4}}\right]}$$

$$c_2 = 167{,}43\frac{m}{s}$$

$$\dot{V}_1 = c_1 \cdot A_1 = 167{,}43\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 0{,}1\mathrm{m}^2 = 16{,}74\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$$

oder

$$\frac{p_0}{p_{\mathrm{stat}}} = \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2}\,Ma^2\right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}$$, Bestimmung der Mach-Zahl an der Stelle 1

$$Ma_1 = \sqrt{\left[\left(\frac{p_0 = p_{\mathrm{u}}}{p_{\mathrm{stat}}}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1\right] \cdot \left(\frac{2}{\kappa - 1}\right)}$$

$$\mathrm{Ma}_1 = \sqrt{\left[\left(\frac{10^5\,\mathrm{Pa}}{84300\mathrm{Pa}}\right)^{\frac{1{,}4-1}{1{,}4}} - 1\right] \cdot \left(\frac{2}{1{,}4 - 1}\right)} = 0{,}5$$

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\kappa - 1}{2}\,Ma^2$$, Bestimmung der statischen Temperatur an der Stelle 1

$$T = \frac{T_0 = T_{\mathrm{tot}}}{1 + \frac{\kappa - 1}{2}\,Ma^2} = \frac{293\mathrm{K}}{1 + \frac{1{,}4 - 1}{2} \cdot 0{,}5^2} = 279{,}05\mathrm{K}$$

$$a = \sqrt{\kappa \cdot R \cdot T_{\mathrm{stat}}}$$

$$a_1 = \sqrt{1{,}4 \cdot 287\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{K}} \cdot 279{,}05\mathrm{K}} = 334{,}85\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$c_1 = Ma_1 \cdot a_1 = 0{,}5 \cdot 334{,}85 \frac{m}{s} = 167{,}43 \frac{m}{s}$$

$$\dot{V}_1 = c_1 \cdot A_1 = 167{,}43 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 0{,}1\mathrm{m}^2 = 16{,}74 \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$$

Der Druck in der Kammer entspricht dem statischen Druck im Freistrahl.

$$p_{Kammer} = p_{stat,Freistrahl}$$

3.2) Berechung des Auftriebs

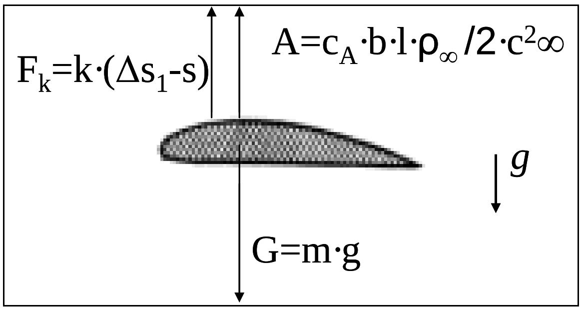
Bestimmung der Masse des Tragflügels

$$G = F_{k,1}$$

$$m \cdot g = k \cdot \Delta s_1$$

$$m = \frac{k \cdot \Delta s_1}{g}$$

KGG am umströmten Flügel



Feder wird um s durch den Auftrieb verkürzt.

$$F_k + A = G$$

$$k \cdot (\Delta s_1 - s) + c_A \cdot b \cdot l \cdot \frac{\rho_\infty}{2} \cdot c_\infty^2 = m \cdot g$$

$$k \cdot (\Delta s_1 - s) = m \cdot g - c_A \cdot b \cdot l \cdot \frac{\rho_\infty}{2} \cdot c_\infty^2$$

$$s = \Delta s_1 - \frac{m \cdot g}{k} + \frac{c_A \cdot b \cdot l \cdot \frac{\rho_\infty}{2} \cdot c_\infty^2}{k}$$, mit m aus dem ersten Teil der Aufgabe

$$s = \Delta s_1 - \frac{k \cdot \Delta s_1}{k} + \frac{c_A \cdot b \cdot l \cdot \frac{\rho_\infty}{2} \cdot c_\infty^2}{k}$$

$$s = \frac{c_A \cdot b \cdot l \cdot \frac{\rho_\infty}{2} \cdot c_\infty^2}{k}$$

3.3) Skalierung des Tragflügels

Die Kennzahl zur Skalierung des Tragflügels ist die Reynolds-Zahl, welche allgemein wie folgt definiert ist:

$$Re = \frac{c \cdot X}{\upsilon} .$$

Wenn die geometrische Größe X aufgrund der Skalierung um den Faktor 10 vergrößert werden soll, dann muss für eine konstante Reynolds-Zahl die Geschwindigkeit um den Faktor 10 herabgesetzt werden.

3.4) Auslegung neues Gebläse

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\kappa - 1}{2}\,\mathrm{Ma}^2$$

$$T_1 = \frac{T_0}{1 + \frac{\kappa - 1}{2}\,\mathrm{Ma}^2} = \frac{293K}{1 + \frac{1{,}4 - 1}{2} \cdot 0{,}6^2} = 273{,}32K$$

$$a_1 = \sqrt{\kappa \cdot R \cdot T_1} = \sqrt{1{,}4 \cdot 287 \frac{J}{kg \cdot K} \cdot 273{,}32K} = 331{,}39 \frac{m}{s}$$

$$c_1 = Ma_1 \cdot a_1 = 0{,}6 \cdot 331{,}39 \frac{m}{s} = 198{,}83 \frac{m}{s}$$

$$\frac{\rho_0}{\rho_1} = \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2}\,\mathrm{Ma_1}^2\right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}$$

$$\rho_1 = \frac{\rho_0 = \rho_u}{\left(1 + \frac{\kappa - 1}{2}\,\mathrm{Ma_1}^2\right)^{\frac{1}{\kappa - 1}}}$$

$$\rho_1 = \frac{1{,}2\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}{\left(1 + \frac{1{,}4 - 1}{2}\,0{,}6^2\right)^{\frac{1}{1{,}4 - 1}}} = 1{,}01 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$$

$$\dot{m} = A_1 \cdot \rho_1 \cdot c_1 = 0{,}1\mathrm{m}^2 \cdot 1{,}01 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 198{,}83 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$\dot{m} = 20{,}08 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$$