

Klausur Frühjahr 2009

„Strömungsmechanik I“

Bearbeitungsdauer: 90 min

zugelassene Hilfsmittel:

- Taschenrechner (nicht programmierbar)
- TFD-Formelsammlung (ohne handschriftliche Ergänzungen)
- Lineal und Schreibmaterial (nur dokumentenecht, => keinen Bleistift verwenden, kein TIPP-Ex)
- mitgebrachtes Papier
- nicht elektronische Wörterbücher (ohne handschriftliche Ergänzungen)

weitere Hinweise: Ergebnisse sind durch einen Rechenweg zu begründen und nur mit einer Einheit richtig. Die zu verwendenden Indizes sind (soweit gegeben) den Skizzen zu entnehmen, ansonsten in die Skizzen einzutragen.
Beschriften Sie jedes Blatt mit Name und Matrikelnr.

Name	Vorname	Matr. Nummer

	mögliche Punktezahl	erreichte Punktezahl
Aufgabe 1	12	
Aufgabe 2	29	
Aufgabe 3	19	
Gesamt	60	
	Note	

!!Alle Aufgabenteile sind unabhängig voneinander lösbar!!

Viel Erfolg!

Name:

Matrikelnummer:

Kurzaufgaben 1.) 12 Punkte

Kurzaufgabe 1a.) 4 Punkte

Mit einem Rückschlagventil gemäß Abbildung 1 soll verhindert werden, dass der Behälter 1 überläuft. Berechnen Sie die dafür notwendige Federkonstante c , so dass das Rückschlagventil die Rohrleitung zum Auffangbecken (Behälter 2) in dem Moment freigibt, wenn der Wasserstand im Behälter 1 die Höhe h_1 erreicht. Die Auslenkung der Feder des geschlossenen Rückschlagventils beträgt $\Delta x = 0,1$ m. Die Ventilkugel berührt den Ventilsitz in einem Kreisring mit dem Durchmesser D .

Hinweis: Es soll nur der Zustand betrachtet werden, wenn das Ventil gerade öffnet. Der Zustand, wenn das Ventil geöffnet ist und umströmt wird, wird nicht berücksichtigt. Die Kugel des Rückschlagventils ist als masselos anzunehmen.

Gegeben:

$h_2 = 10$ m; $D = 300$ mm; $\Delta x = 0,1$ m; $p_0 = 10^5$ Pa; $g = 9,81$ m/s²;
 $\rho = 1000$ kg/m³

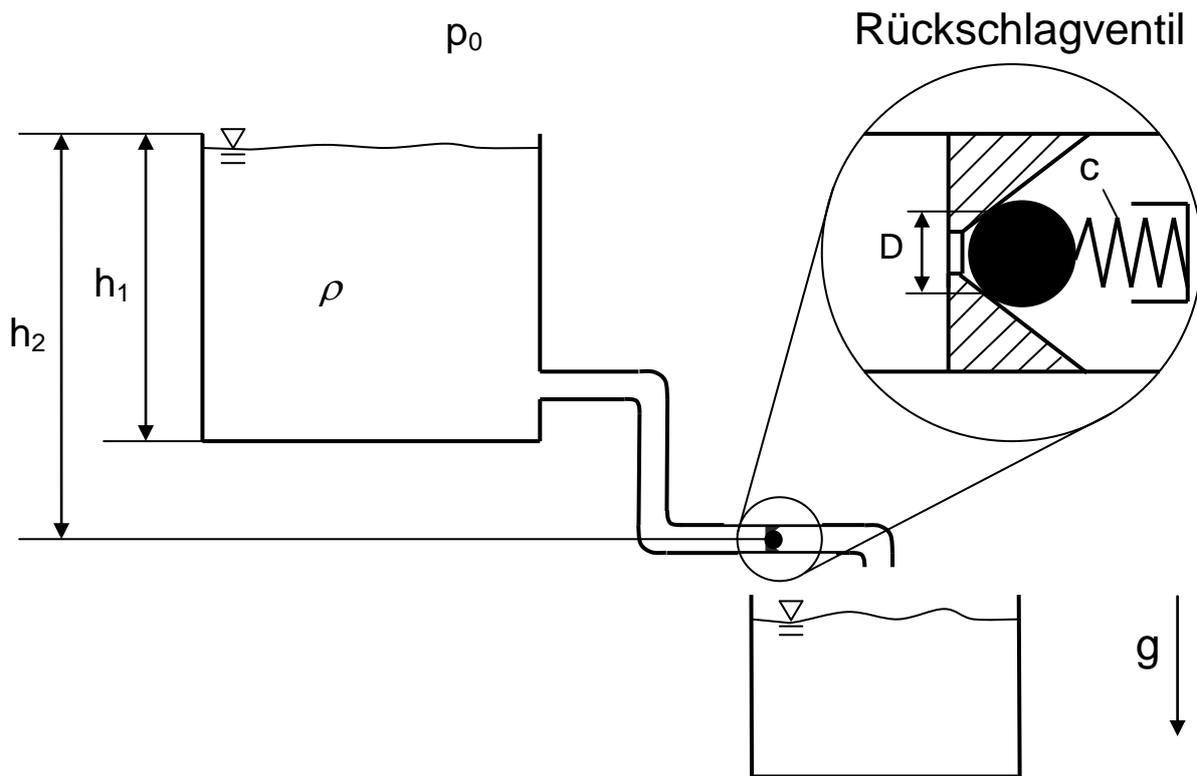


Abbildung 1

Ergebnis:

$c =$

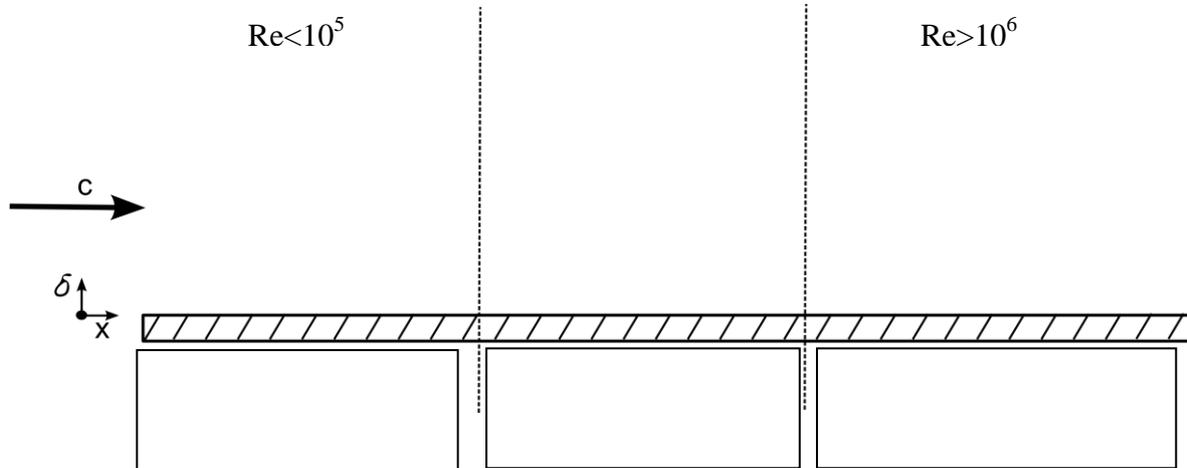
Name:

Matrikelnummer:

Kurzaufgabe 1b.) 4 Punkte

I.)

Grenzschichtströmung an einer längs überströmten Platte



I)

Zeichnen Sie qualitativ den Verlauf der Grenzschichtdicke über der Platte ein. Benennen Sie außerdem die drei Bereiche.

II)

Berechnen Sie den Beginn des laminar-turbulenten Umschlags x_u und die Grenzschichtdicke $\delta(x_u)$ für eine Strömungsgeschwindigkeit $c = 22 \text{ m/s}$. Die Platte wird von Wasser mit einer Temperatur von 25°C überströmt. Für diese Temperatur hat das Wasser die Dichte $\rho = 0,998 \text{ kg/dm}^3$ und eine dynamische Viskosität von $\eta = 8,91 \cdot 10^{-4} \text{ Ns/m}^2$. Wählen Sie für Ihre Berechnungen den kleinsten Wert aus dem Bereich der kritischen Reynolds-Zahlen.

$$x_u = \boxed{}$$

$$\delta(x_u) = \boxed{}$$

Name:

Matrikelnummer:

Kurzaufgabe 1c.) 4 Punkte

Kreuzen Sie richtige Aussagen an:
(nur vollständig richtig beantwortete Fragen werden bewertet)

In einer Laval-Düse wird im Austrittsquerschnitt $Ma > 1$ erreicht, wenn:

- $Ma < 1$ im engsten Querschnitt
- $Ma = 1$ im engsten Querschnitt
- $Ma > 1$ im engsten Querschnitt
- wenn das kritische Druckverhältnis $(p_1/p_0)^* = 0,528$ ist

Was passiert innerhalb eines Diffusors (Unterschallströmung):

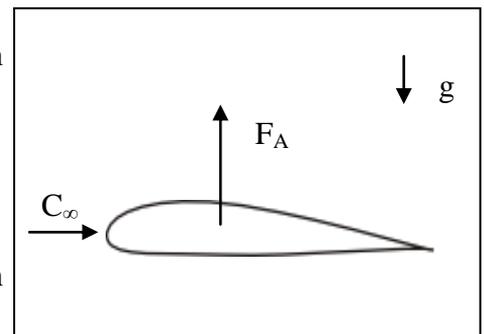
- die Geschwindigkeit nimmt zu
- Druck wird aufgebaut
- dient zum Umlenken der Strömung
- der Querschnitt des Strömungskanals wird enger

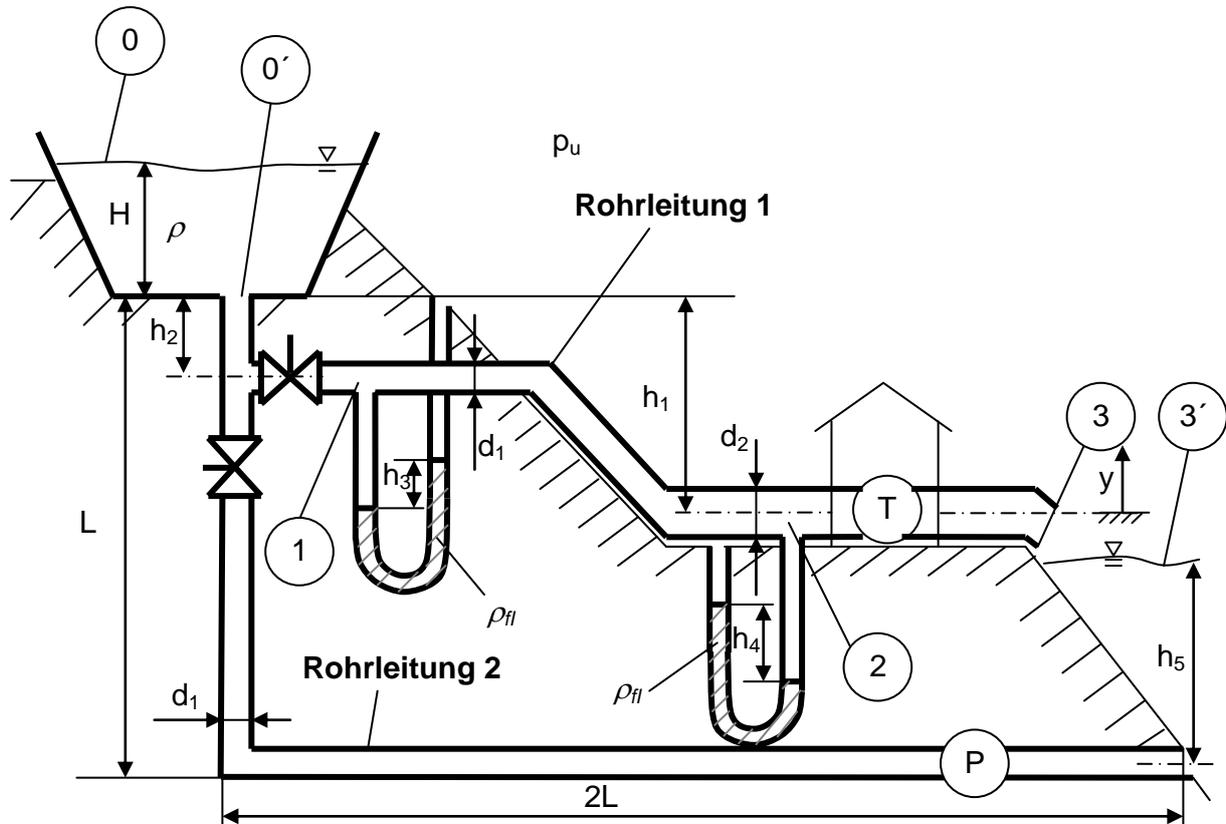
Welche Arten von Fluiden gibt es:

- Newton'sche Flüssigkeit
- pseudoplastische Flüssigkeit
- Hooke'sche Flüssigkeit
- dilatante Flüssigkeit

Nennen Sie den Grund für die Auftriebskraft für das gegebene Profil:

- der Druck oberhalb des Flügels muss höher als unterhalb sein
- die Krümmung der Oberfläche
- der Abriss der Strömung auf der Saugseite
- der Druck unterhalb des Flügels muss höher als oberhalb sein



Aufgabe 2.) 29 Punkte**Pumpspeicherkraftwerk****Abbildung 2**

Gegeben ist ein Pumpspeicherkraftwerk älterer Bauart gemäß Abbildung 2. Die Höhendifferenz zwischen dem Grund des Speicherbeckens mit der Wassertiefe H und der Turbine T mit dem mechanischen Wirkungsgrad η_T beträgt h_1 . An Position 1 und Position 2 der Rohrleitung 1 wird der statische Druck mit einem U-Rohr Manometer gemessen. Die Dichte der Messflüssigkeit ist ρ_{fl} . An Messposition 1 beträgt der Rohrdurchmesser der Rohrleitung 1 d_1 , an Messposition 2 d_2 . Das Befüllen des Speicherbeckens erfolgt mit einer Pumpe P mit dem mechanischen Wirkungsgrad η_P über die Rohrleitung 2. Die Ansaugöffnung der Rohrleitung befindet sich in der Wassertiefe h_5 eines großen Sees.

Für alle Aufgabenteile ist die Strömung als vollständig ausgebildete Rohrströmung und als inkompressibel anzunehmen. Druckverluste durch Rohrbögen und infolge des Ansaugvorgangs sind zu vernachlässigen. Der Umgebungsdruck beträgt $p_u = 10^5 \text{ Pa}$. Die Erdbeschleunigung beträgt $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

Name:

Matrikelnummer:

Gegeben für alle Aufgabenteile:

Geometrische Größen:

$$d_1 = 1 \text{ m}; \quad d_2 = 1,2 \text{ m}; \quad L = 60 \text{ m}; \quad h_1 = 50 \text{ m}; \quad h_2 = 5 \text{ m}; \\ h_5 = 10 \text{ m}$$

Stoffwerte:

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3; \quad \rho_{fl} = 13000 \text{ kg/m}^3; \quad \nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s};$$

Weitere:

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2; \quad p_u = 10^5 \text{ Pa}$$

2.1) Pumpenleistung (8 Punkte)

Das Speicherbecken wird befüllt. Hiefür wird das Ventil der Rohrleitung 2 geöffnet, das Ventil der Rohrleitung 1 wird geschlossen. Durch Korrosion in der Rohrleitung 2 beträgt die Rauigkeit $k_s = 0,8 \text{ mm}$. Die Rohrströmung ist reibungsbehaftet. Die Pumpe soll während des gesamten Befüllungsvorgangs den konstanten Volumenstrom $V = 1 \text{ m}^3/\text{s}$ fördern. Berechnen Sie die dafür notwendige Wellenleistung der Pumpe $P_{P,Welle}$, wenn das Speicherbecken bis zur Höhe $H = 15 \text{ m}$ befüllt ist.

Gegeben für Aufgabenteil 2.1)

$$k_s = 0,8 \text{ mm}; \quad V = 1 \text{ m}^3/\text{s}; \quad H = 15 \text{ m}; \quad \eta_P = 0,7$$

2.2) Wassertiefe des Speicherbeckens (13 Punkte)

Das Ventil der Rohrleitung 2 ist geschlossen und das Wasser wird über Rohrleitung 1 der Turbine zugeführt. Berechnen Sie die Wassertiefe H des Speicherbeckens, wenn die Wellenleistung der Turbine $P_{T,Welle} = 2000 \text{ kW}$ beträgt. Die Höhe der Flüssigkeitssäule des U-Rohr Manometers an Messposition 1 beträgt $h_3 = 0,5 \text{ m}$, die Höhe der Flüssigkeitssäule an Messposition 2 beträgt $h_4 = 8,85 \text{ m}$. Die gesamte Strömung ist reibungsfrei.

Gegeben für Aufgabenteil 2.2)

$$P_{T,Welle} = 2000 \text{ kW}; \quad h_3 = 0,5 \text{ m}; \quad h_4 = 8,85 \text{ m}; \quad \eta_T = 0,8$$

Name:

Matrikelnummer:

2.3) Haltekraft (8 Punkte)

Der Massenstrom in der Rohrleitung 1 beträgt $m = 1000 \text{ kg/s}$. Im Querschnitt 1 vor der Umlenkung wird ein statischer Druck von $p_1 = 638750 \text{ Pa}$ gemessen. Berechnen Sie die auf die Umlenkung der Rohrleitung 1 in x- und y-Richtung wirkenden Kräfte F_x und F_y gemäß Abbildung 3, sowie die resultierende Kraft F_{res} . Die Strömung ist reibungsfrei. Das Rohr sei masselos.

Gegeben für Aufgabenteil 2.3)

$$m = 1000 \text{ kg/s}; \quad p_1 = 638750 \text{ Pa}; \quad \alpha = 45^\circ$$

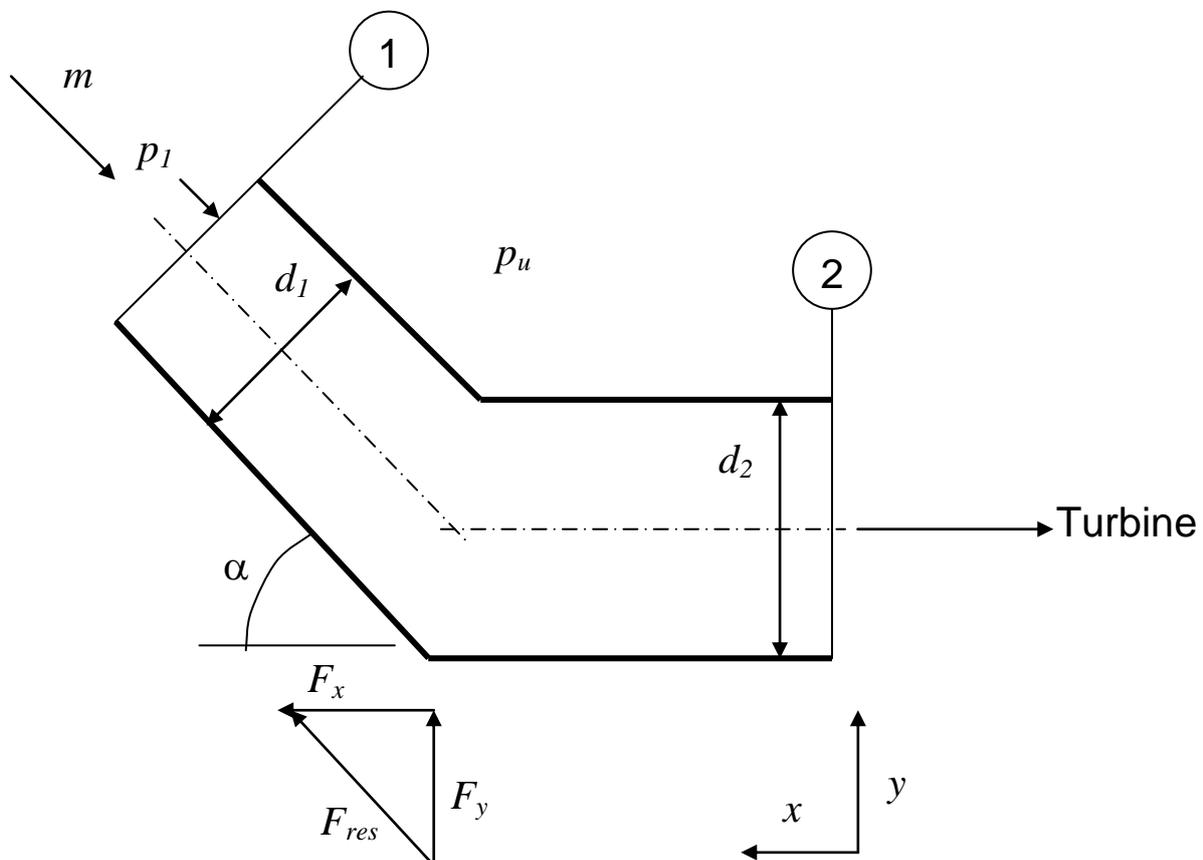
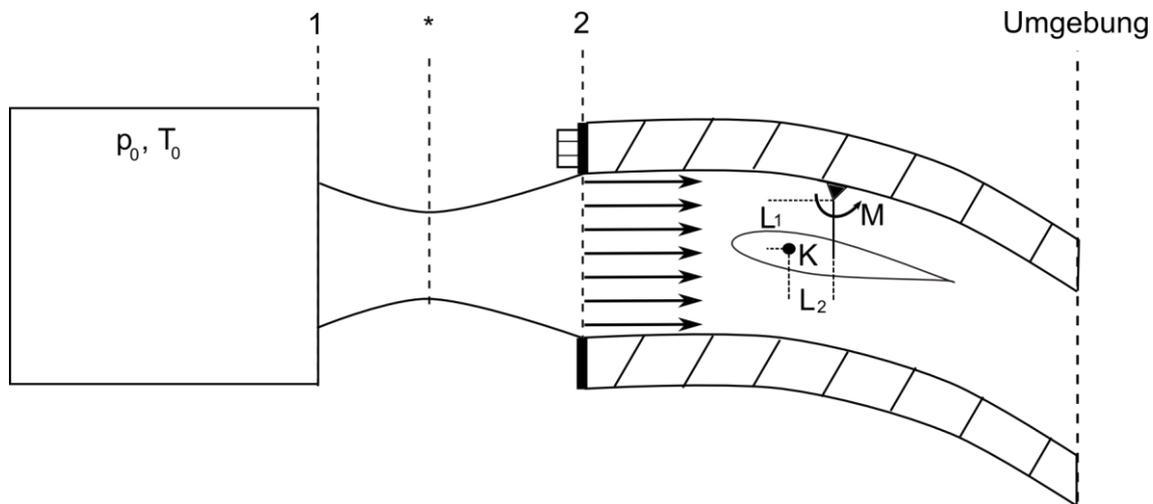


Abbildung 3

Aufgabe 3.) 19 Punkte**Abbildung 4:**

Um Versuche an Tragflügelmodellen durchzuführen entströmt Luft mit dem Massenstrom $\dot{m} = 250 \text{ kg/s}$ aus einem Behälter. Für den Druck im Behälter gilt $p_0 = 3 p_2$. Es herrscht ein Druck von $p_2 = 1013 \text{ mbar}$ und eine Temperatur $T_2 = 298 \text{ K}$. Die Temperatur T_1 im Düseneintritt sinkt um 15 K gegenüber der Temperatur T_0 im Behälter. Die Luft kann als ideales Gas mit $R_L = 287 \text{ J/(kgK)}$ und $\kappa = 1,4$ betrachtet werden. Nehmen Sie die Strömung über die Laval-Düse als stationär und isentrop an.

Größen für Aufgabeteil 3.1:

$$\dot{m} = 250 \text{ kg/s}; p_0 = 3 p_2; p_2 = 1013 \text{ mbar}; T_2 = 298 \text{ K}; \Delta T = T_0 - T_1 = 15 \text{ K}$$

Stoffwerte:

$$R_L = 287 \text{ J/(kgK)}; \kappa = 1,4$$

3.1) (12 Punkte)

Bestimmen Sie die Mach-Zahl Ma_2 am Austritt der Laval-Düse, die Dichte ρ_0 und Temperatur T_0 im Inneren des Behälters, die Geschwindigkeit c_2 und die Dichte ρ_2 der Strömung vor dem Tragflügel, und die Geschwindigkeit c_1 im Düseneintritt. Der Tragflügel wird in diesem Aufgabenteil nicht berücksichtigt.

Name:

Matrikelnummer:

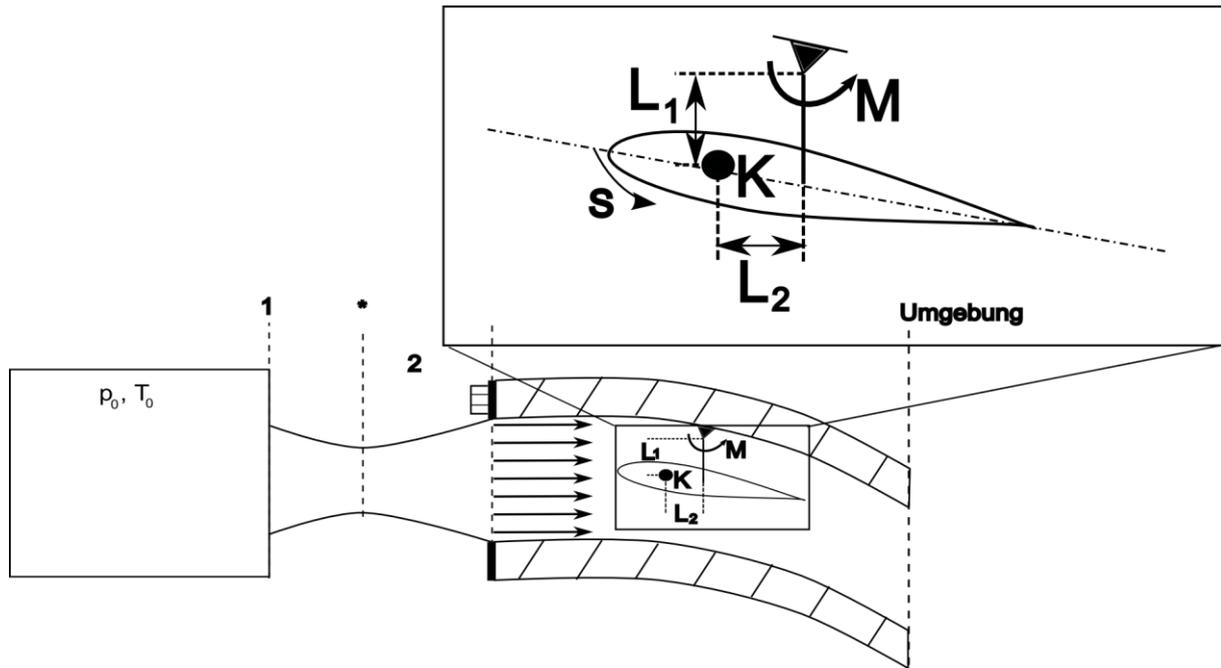


Abbildung 5

3.2) Kräfte und Anströmgeschwindigkeit (7 Punkte)

Das Tragflügelmodell ist starr an der Wand befestigt. Die Strecke $S=0,5$ m der Profilober- und unterseite wird als gleich groß angenommen. Die Spannweite des Tragflügels beträgt $b = 0,3$ m. Im Lager der Halterung des Tragflügels wird ein Moment $M = 4910$ Nm gemessen. Alle Kräfte die auf den Tragflügel wirken, greifen in dem Druckpunkt K an. Bestimmen Sie die Kräfte und die Anströmgeschwindigkeit c_2 , die aufgrund der Randbedingungen vorherrschen müssen. Die Gewichtskraft des Flügels können Sie vernachlässigen.

Größen für Aufgabenteil 3.2:

$$\rho_2 = 1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}; \quad c_A = 1,5; \quad c_w = 0,08; \quad M = 4910 \text{ Nm}$$

Geometrische Größen:

$$S = 0,5 \text{ m}; \quad b = 0,3 \text{ m}; \quad L_1 = 0,3 \text{ m}; \quad L_2 = 0,1 \text{ m}$$

Name:

Matrikelnummer:

Leibniz Universität Hannover
Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik
Prof. Dr.-Ing. J. Seume

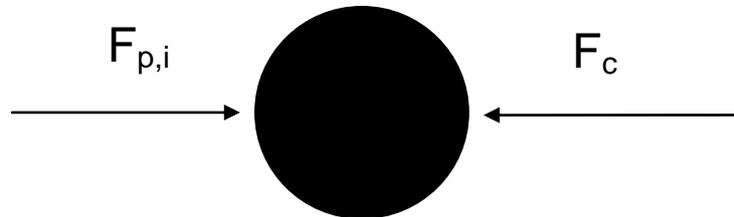
Klausur Frühjahr 2009
„Strömungsmechanik I“

Lösung

Name:

Matrikelnummer:

Kurzaufgabe 1a.) 4 Punkte



Kraft durch Umgebungsdruck wirkt an der vollständigen Kugeloberfläche -> wird in Kräftebilanz nicht berücksichtigt.

Kräftegleichgewicht:

$$\sum F = 0 = F_{p,i} - F_c = p_i \cdot A_i - c \cdot \Delta x$$

$$\Leftrightarrow c \cdot \Delta x = p_i \cdot A_i$$

$$c = \frac{p_i \cdot A}{\Delta x} = \frac{\rho \cdot g \cdot h_2 \cdot \pi \frac{D^2}{4}}{\Delta x} = \frac{1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 10 \text{ m} \cdot \pi \cdot (0,3 \text{ m})^2}{0,1 \text{ m} \cdot 4} = 69343 \text{ N/m}$$

(1)

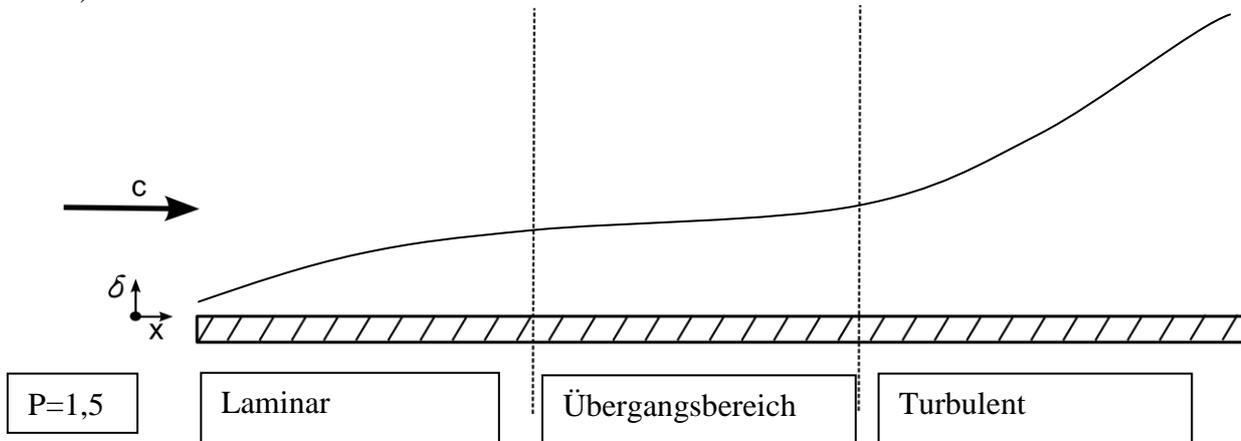
Name:

Matrikelnummer:

Kurzaufgabe 1b)

4 Punkte

I.)



II.)

$$Re_{krit} = 5 \cdot 10^5$$

$$Re_{krit} = \frac{c \cdot x}{\nu}$$

$$x = \frac{Re_{krit} \cdot \nu}{c} = \frac{5 \cdot 10^5 \cdot 8,91 \cdot 10^{-4}}{998,004 \cdot 22} = 0,02 \text{ m}$$

P=2

$$\delta = \frac{x \cdot 5,0}{\sqrt{Re}} = 1,43 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

P=1

Name:

Matrikelnummer:

Kurzaufgabe 1c) 4 Punkte

In einer Laval-Düse wird im Austrittquerschnitt $Ma > 1$ erreicht, wenn:

- $Ma < 1$ im engsten Querschnitt
- $Ma = 1$ im engsten Querschnitt
- $Ma > 1$ im engsten Querschnitt
- wenn das kritische Druckverhältnis $(p_1/p_0)^* = 0,528$ ist

Was passiert innerhalb eines Diffusors:

- die Geschwindigkeit nimmt zu
- Druck wird aufgebaut
- dient zum Umlenken der Strömung
- der Querschnitt des Strömungskanals wird enger

Welche Arten von Fluiden gibt es:

- Newton'sche Flüssigkeit
- pseudoplastische Flüssigkeit
- Hooke'sche Flüssigkeit
- dilatante Flüssigkeit

Voraussetzung einer Auftriebskraft bei einem Tragflügel:

- der Druck oberhalb des Flügels höher ist als unterhalb
- Krümmung der Oberfläche
- Abriss der Strömung auf der Saugseite
- der Druck unterhalb des Flügels höher ist als oberhalb

Name:

Matrikelnummer:

Pumpspeicherkraftwerk (29 Punkte)

2.1) Pumpenleistung (8 Punkte)

Gesucht: Wellenleistung der Pumpe

Bernoulli von 0' bis 3':

$$p_{3'} + \rho \frac{c_{3'}^2}{2} + \frac{P_{P,mechan.}}{\dot{V}} = p_{0'} + \rho \frac{c_{0'}^2}{2} + \rho \cdot g \cdot (L - h_5) + \Delta p \quad (1)$$

Mit:

$$p_{3'} = p_u$$

$$c_{3'} = 0$$

Druck $p_{0'}$ im Austrittsquerschnitt Rohrleitung 2:

$$p_{0'} = p_u + \rho \cdot g \cdot H \quad (2)$$

Auflösen $P_{P,me}$ (mechanische Pumpenleistung):

$$P_{P,me} = \dot{V} \left[\rho \cdot g \cdot H + \rho \frac{c_{0'}^2}{2} + \rho \cdot g \cdot (L - h_5) + \Delta p \right] \quad (3)$$

Berechnung von $c_{0'}$:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= c_{0'} \cdot A_2 \\ \Leftrightarrow c_{0'} &= \frac{\dot{V}}{A_2} = \frac{1 \text{ m}^3 / \text{s}}{\pi \cdot (1 \text{ m})^2 / 4} = 1,27 \text{ m/s} \end{aligned} \quad (4)$$

Druckverlust in Rohrleitung 2:

$$\Delta p = \lambda \cdot \rho \cdot \frac{c_{0'}^2}{2} \cdot \frac{l}{d} \quad (5)$$

Reynolds-Zahl in Rohrleitung 2:

$$\text{Re} = \frac{c_{0'} \cdot d_1}{\nu} = \frac{1,27 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1 \text{ m}}{10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}} = 1,27 \cdot 10^6 \quad (6)$$

Relative Rauigkeit:

Name:

Matrikelnummer:

$$k_s / D = \frac{0,8 \cdot 10^{-3} \text{ mm}}{1000 \text{ mm}} = 8 \cdot 10^{-4} \quad (7)$$

Widerstandszahlen aus Moody-Diagramm:

$$\lambda_2 = 0,019 \quad (8)$$

Für den Druckverlust in Rohrleitung 2 folgt:

$$\Delta p_{\text{Rohr2}} = 0,019 \cdot 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot \frac{(1,27 \text{ m/s})^2}{2} \cdot \frac{3 \cdot 60 \text{ m}}{1 \text{ m}} = 2758 \text{ Pa} \quad (9)$$

Für die Wellenleistung der Pumpe folgt:

$$P_{P,me} = 1 \text{ m}^3 / \text{s} \left[\begin{array}{l} 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 15 \text{ m} + 1000 \text{ kg/m}^3 \frac{(1,27 \text{ m/s})^2}{2} + \\ 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot (60 \text{ m} - 10 \text{ m}) + 2758 \text{ Pa} \end{array} \right] \quad (10)$$
$$P_{P,me} = 641,21 \text{ kW}$$

Mit dem Pumpenwirkungsgrad folgt für die Wellenleistung:

$$\eta_P = \frac{P_{\text{Pumpe}}}{P_{\text{Welle}}} \Leftrightarrow P_{\text{Welle}} = \frac{P_{\text{Pumpe}}}{\eta_P} = \frac{641,21 \text{ kW}}{0,7} = 916,02 \text{ kW} \quad (11)$$

Name:

Matrikelnummer:

2.2) Wassertiefe des Speicherbeckens (13 Punkte)

Gesucht: Wassertiefe H

Bernoulli von 0->3:

$$p_0 + \rho \frac{c_0^2}{2} + \rho \cdot g \cdot (h_1 + H) + \frac{P_{T,mechan.}}{\dot{V}} = p_3 + \rho \frac{c_3^2}{2} \quad (1)$$

mit $P_{T,mech} < 0!!!$

Mit:

$$p_0 = p_u = p_3$$

$$c_0 = 0$$

folgt:

$$\begin{aligned} \rho \cdot g \cdot (h_1 + H) &= \rho \frac{c_3^2}{2} - \frac{P_{T,mechan.}}{\dot{V}} \\ \Rightarrow H &= \frac{1}{g} \left[\frac{c_3^2}{2} - \frac{P_{T,mechan.}}{\dot{m}} \right] - h_1 \end{aligned} \quad (2)$$

$c_3 = ?$

Bernoulli von 1->2:

$$p_1 + \rho \frac{c_1^2}{2} + \rho \cdot g \cdot (h_1 - h_2) = p_2 + \rho \frac{c_2^2}{2} \quad (3)$$

Statische Drücke p_1 und p_2 :

$$\begin{aligned} p_1 &= p_u + \rho_{fl} \cdot g \cdot h_3 = 10^5 Pa + 13000 kg/m^3 \cdot 9,81 m/s^2 \cdot 0,5 m = 163765 Pa \\ p_2 &= p_u + \rho_{fl} \cdot g \cdot h_{43} = 10^5 Pa + 13000 kg/m^3 \cdot 9,81 m/s^2 \cdot 8,85 m = 1228641 Pa \end{aligned} \quad (4)$$

Name:

Matrikelnummer:

Konti:

$$\begin{aligned}\rho \cdot c_1 \cdot A_1 &= \rho \cdot c_2 \cdot A_2 \\ \Rightarrow c_2 &= c_1 \cdot \frac{A_1}{A_2} = c_1 \cdot \frac{d_1^2}{d_2^2}\end{aligned}\quad (5)$$

Aus Gl.(3) und Gl.(4) + Gl.(5) folgt für die Strömungsgeschwindigkeit :

$$\begin{aligned}p_1 + \rho \frac{c_1^2}{2} + \rho \cdot g \cdot (h_1 - h_2) &= p_2 + \rho \cdot c_1^2 \left(\frac{d_1^2}{d_2^2} \right)^2 \\ \frac{\rho \cdot c_1^2}{2} \left[1 - \left(\frac{d_1^2}{d_2^2} \right)^2 \right] &= p_2 - p_1 - \rho \cdot g \cdot (h_1 - h_2) \\ c_1 &= \sqrt{\frac{2}{\rho} \frac{p_2 - p_1 - \rho \cdot g \cdot (h_1 - h_2)}{\left[1 - \left(\frac{d_1^2}{d_2^2} \right)^2 \right]}} \\ c_1 &= \sqrt{\frac{2}{1000 \text{ kg/m}^3} \frac{1228641 \text{ Pa} - 163765 \text{ Pa} - 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot (50 - 5) \text{ m}}{\left[1 - \left(\frac{1^2}{1,2^2} \right)^2 \right]}} \\ c_1 &= 49 \text{ m/s}\end{aligned}\quad (6)$$

Mechanische Leistung der Pumpe:

$$\eta_T = \frac{P_{\text{Welle}}}{P_{\text{Turbine}}} \Leftrightarrow P_{\text{Turbine}} = \frac{P_{\text{Welle}}}{\eta_T} = \frac{2000 \text{ kW}}{0,8} = 2500 \text{ kW}\quad (7)$$

Massenstrom:

$$\dot{m} = \rho \cdot c_1 \cdot A_1 = 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 49 \text{ m/s} \cdot \pi \cdot 1 \text{ m}^2 / 4 = 38485 \text{ kg/s}\quad (8)$$

Strömungsgeschwindigkeit c_3 :

$$\begin{aligned}\rho \cdot c_1 \cdot A_1 &= \rho \cdot c_2 \cdot A_2 \\ \Rightarrow c_3 = c_2 = c_1 \cdot \frac{A_1}{A_2} &= 49 \text{ m/s} \cdot \frac{1 \text{ m}^2}{(1,2 \text{ m})^2} = 34 \text{ m/s}\end{aligned}\quad (9)$$

c_3 , $P_{T,me}$ und m in Gl.(2) :

Name:

Matrikelnummer:

$$H = \frac{1}{9,81m/s^2} \left[\frac{(34m/s)^2}{2} - \frac{(-2500kW)}{38485kg/s} \right] - 50m \quad (10)$$
$$H \approx 15,81m$$

Name:

Matrikelnummer:

2.3) Haltekraft (8 Punkte)

Kräftebilanz in x-Richtung:

$$0 = \cos \alpha [\dot{m} \cdot c_1 + p_1 A_1] - \dot{m} \cdot c_2 - p_2 A_2 - F_x \quad (1)$$

Kräftebilanz in y-Richtung:

$$0 = -\sin \alpha [\dot{m} \cdot c_1 + p_1 A_1] + F_y \quad (2)$$

Berechnung von c_1 :

$$\begin{aligned} \dot{m} &= \rho \cdot c_1 \cdot A_1 \\ \Rightarrow c_1 &= \frac{\dot{m}}{\rho \cdot A_1} = \frac{1000 \text{ kg/s}}{1000 \text{ kg/m}^3 \cdot \pi \cdot (1 \text{ m})^2 / 4} = 1,27 \text{ m/s} \end{aligned} \quad (3)$$

Berechnung von c_2 mit Konti:

$$\begin{aligned} \rho \cdot c_1 \cdot A_1 &= \rho \cdot c_2 \cdot A_2 \\ \Rightarrow c_2 &= c_1 \cdot \frac{A_1}{A_2} = 0,88 \text{ m/s} \end{aligned} \quad (4)$$

Berechnung von p_2 mit Konti von 1->2:

$$\begin{aligned} p_1 + \rho \frac{c_1^2}{2} &= p_2 + \rho \frac{c_2^2}{2} \quad (5) \\ \Rightarrow p_2 &= p_1 + \frac{\rho}{2} [c_1^2 - c_2^2] = 638750 \text{ Pa} + \frac{1000 \text{ kg/m}^3}{2} [(1,27 \text{ m/s})^2 - (0,88 \text{ m/s})^2] = 639170 \text{ Pa} \end{aligned}$$

Einsetzen von (5)+(4)+(3) in (1) und (2) ergibt:

$$F_x = -368131 \text{ N} \quad (6)$$

$$F_y = 355637 \text{ N} \quad (7)$$

Für die resultierende Kraft folgt:

$$F_{res} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 511858 \text{ N} \quad (8)$$

Aufgabe 3.) 19 Punkte**3.1) (12 Punkte)**

$$\bullet \quad Ma_2 = \sqrt{\frac{2}{\chi-1} \left[\left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\chi-1}{\chi}} - 1 \right]} = \sqrt{\frac{2}{0,4} \left[3^{\frac{\chi-1}{\chi}} - 1 \right]} = 1,358$$

$$\bullet \quad T_0 = T_2 \left(1 + \frac{\chi-1}{2} \cdot Ma^2 \right) = 407,9 \text{ K}$$

$$\bullet \quad \rho_0 = \frac{p_0}{R \cdot T_0} = 2,6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\bullet \quad c_2 = Ma_2 \cdot a = 1,358 \cdot \sqrt{1,4 \cdot 287 \cdot 298} = 469,908 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\bullet \quad T_1 = T_2 \left(1 + \frac{\chi-1}{\chi} \cdot Ma^2 \right) = 407,9 \text{ K}$$

$$\bullet \quad \rho_2 = \frac{\rho_1}{\left(1 + \frac{\chi-1}{2} (1,358)^2 \right)^{\frac{1}{\chi-1}}} = 1,18 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\bullet \quad \frac{T_1}{T_0} = \left(1 - \frac{\chi-1}{2\chi} \cdot \frac{\rho_0}{\rho_1} (c_1^2 - c_0^2) \right)$$

$$\sqrt{- \left(\frac{\frac{T_1}{T_0} - 1}{\frac{\chi-1}{\chi} \cdot \frac{\rho_0}{\rho_1}} \right)} = c_1 = 173,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Name:

Matrikelnummer:

3.2) Kräfte und Anströmgeschwindigkeit (7 Punkte)

$$M = F_A \cdot L_2 - F_W \cdot L_1$$

$$F_A = c_A \cdot \frac{\rho_2}{2} \cdot c_2^2 \cdot 2 \cdot A_{\text{Flügel}}$$

$$F_W = c_W \cdot \frac{\rho_2}{2} \cdot c_2^2 \cdot 2 \cdot A_{\text{Flügel}}$$

$$A_{\text{Flügel}} = S \cdot b = 0,15 \text{ m}^2$$

$$F_A = 0,27 \cdot c_2^2$$

$$F_W = 0,0144 \cdot c_2^2$$

$$\Rightarrow c_2^2 = \frac{F_A}{0,27}$$

$$M = F_A \cdot 0,1 - 0,0144 \cdot \frac{F_A}{0,27} \cdot 0,3 = 4910 \text{ Nm}$$

$$F_A = 58452,4 \text{ N}$$

$$c_2 = 465,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$F_W = 3117,5 \text{ N}$$