

Klausur

Strömungsmechanik 1

WS 2009/2010

03. März 2010, Beginn 15:00 Uhr

Prüfungszeit: 90 Minuten

Zugelassene Hilfsmittel sind:

- Taschenrechner (nicht programmierbar)
- TFD-Formelsammlung (ohne handschriftliche Ergänzungen)
- Lineal und Schreibmaterial (nur dokumentenecht, => keinen Bleistift verwenden, kein TIPP-Ex)
- mitgebrachtes Papier

Andere Hilfsmittel, insbesondere:

- Alte Klausuren
- Übungen der Vorlesung
- Handy, Laptop, Fachbücher, programmierbarer Taschenrechner

sind **nicht zugelassen**.

Weitere Hinweise:

Ergebnisse sind durch einen Rechenweg zu begründen und nur mit einer Einheit richtig. Die zu verwendenden Indizes sind (soweit gegeben) den Skizzen zu entnehmen, ansonsten in die Skizzen einzutragen.

Aufgabe	geschätzte Dauer	Punkte
1. Kurzaufgaben	20 min	14
2. Kompressible Strömungen	35 min	27
3. Inkompressible Strömungen	35 min	19
Gesamt	90 min	60

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg!

*Prof. J. Seume
C. Liethmeyer, H. Rätz*

!!Alle Aufgabenteile (X.X) sind unabhängig voneinander lösbar!!

1. Kurzaufgaben (14 Punkte)

Hinweis: Die Lösungen der Kurzaufgaben sind in die dafür vorgesehenen Kästen einzutragen. Es gibt bei Kurzaufgaben keine Punkte auf den Rechenweg. Lösungen auf Zetteln werden nicht bewertet!

1.1. Heißluftballon (5 Punkte)

Ein Heißluftballon (Volumen $V_B = const.$) soll in der Höhe h fliegen. Die mittlere Dichte des Luft-Gas-Gemisches in der Ballonhülle und somit auch die Flughöhe kann man durch Zumischen von heißem Gas (Dichte ρ_G) regulieren.

Die Atmosphäre bzw. die Luft in der Hülle ist eine **adiabate Schichtung**

$$\rho(h) = \rho_0 \cdot e^{\left(\frac{-\rho_0 \cdot g \cdot h}{p_0}\right)}$$

und der Auftrieb des Nutzlastteils sei zu vernachlässigen. Das Heißgas befindet sich in der Schichtung oberhalb der Luft und vermische sich nicht mit der Luft in der Ballonhülle. Berechnen Sie die Dichte der Luft für die vorgegebene Flughöhe, das Volumen des Heißgases $V_G(h)$ sowie das Volumenverhältnis $\frac{V_G}{V_L}$ des Gemisches in der Hülle bei Erreichen der Soll-Höhe

Gegeben:

$$h = 2000m$$

$$V_B = 1500m^3 = const.$$

$$p_0 = 10^5 \frac{N}{m^2}$$

$$\rho_0 = 1,26 \frac{kg}{m^3}$$

$$\rho_G = 0,8 \frac{kg}{m^3}$$

$$g = 9,81 \frac{m}{s^2}$$

$W = 250kg$ (Gesamtmasse abzügl. Luft – Gas – Gemisch in Hülle)

$\rho(h) =$	[]
-------------	-------

$V_G(h) =$	[]
------------	-------

$\frac{V_G(h)}{V_L} =$	[]
------------------------	-------

1.2. Längs überströmte Platte (5 Punkte)

Luft strömt mit der Geschwindigkeit u_∞ über eine dünne Platte der Länge L und der Breite b . Die Strömung ist eben, inkompressibel und reibungsbehaftet. Auf der Platte bildet sich im vorderen Bereich eine laminare Grenzschicht und stromabwärts, nach dem Überschreiten der kritischen Reynolds-Zahl $Re_{krit.}$, eine turbulente Grenzschicht aus.

Skizzieren Sie den Verlauf der Grenzschichtdicke δ auf der Plattenoberseite. Berechnen Sie dann den laminar-turbulenten Umschlagspunkt $x_{krit.}$, die Widerstandzahl der laminaren Grenzschicht $c_{w,lam.}$ sowie die Reibungskraft F_w , die auf den laminar überströmten Teil der Plattenoberfläche wirkt.

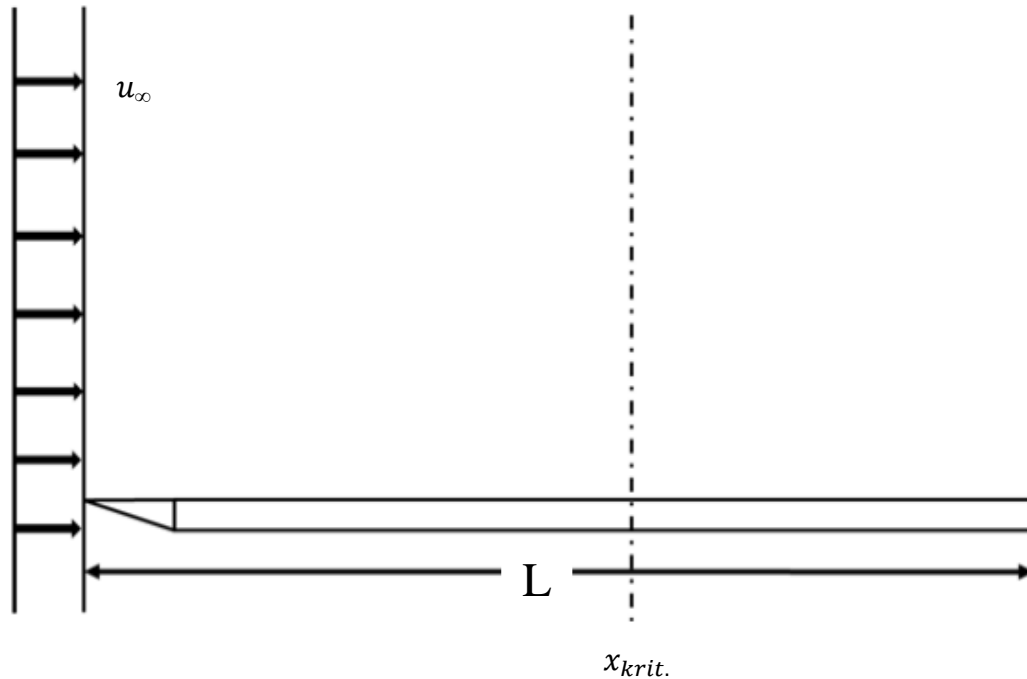


Abbildung 1: Grenzschichtverlauf

Gegeben:

$$u_\infty = 10 \frac{m}{s} \quad v_{Luft} = 1,511 \cdot 10^{-5} \frac{m^2}{s} \quad L = 2m \quad Re_{krit.} = 5 \cdot 10^5$$

$$\rho_L = 1,14 \frac{kg}{m^3} \quad b = 1m$$

$$x_{krit.} = \quad [\quad]$$

$$c_{w,lam.} = \quad [\quad]$$

$$F_w = \quad [\quad]$$

1.3. Multiple-Choice (4 Punkte)

Kreuzen Sie richtige Aussagen an:

(nur vollständig richtig beantwortete Fragen werden gewertet)

Für die turbulente Rohrströmung gilt:

- Der Geschwindigkeitsgradient an der Wand ist im Vergleich zur laminaren Rohrströmung größer (Annahme: Mittlere Strömungsgeschwindigkeit, Rohrdurchmesser und das Fluid sind für beide Strömungsformen gleich).
- Das Strömungsfeld ist mit Größen der Stochastik beschreibbar (z.B. Mittelwert, Varianz).
- Der Impulsaustausch quer zur Hauptströmungsrichtung ist kleiner als für die laminare Rohrströmung.

Für die Strömungsgrenzschicht auf einem Tragflügel eines Flugzeugs gilt (Anmerkung: Die Luftdichte nimmt mit zunehmender Flughöhe stärker ab als die dynamische Viskosität):

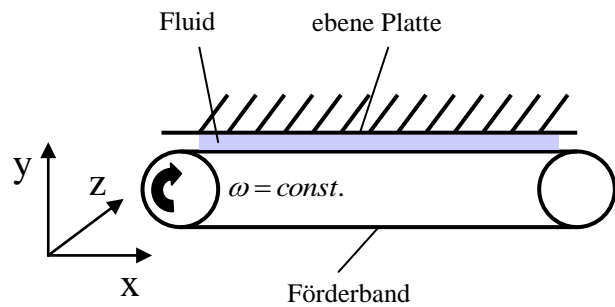
- Bei konstanter Flughöhe nimmt die Grenzschichtdicke mit steigender Anströmgeschwindigkeit zu.
- Bei konstanter Flughöhe wandert der laminar / turbulente Grenzschichtumschlag mit zunehmender Strömungsgeschwindigkeit auf dem Tragflügel stromabwärts.
- Mit zunehmender Flughöhe aber konstanter Anströmgeschwindigkeit verlagert sich der laminar / turbulente Grenzschichtumschlag stromabwärts.

Welche Annahmen dürfen für die gegebene Navier-Stokes'sche Bewegungsgleichung in x-Richtung für die in der Abbildung gezeigte Spaltströmung getroffen werden? (Anmerkungen: Das Förderband und die Platte sind in z-Richtung unendlich weit ausgedehnt. Die Bewegung des Förderbandes ist konstant ($\omega = const.$)

Navier-Stokes-Gleichung in x-Richtung:

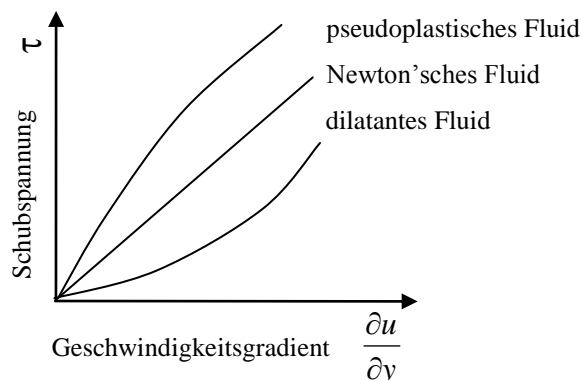
$$\rho \cdot \left[\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right] = \frac{\partial p}{\partial x} + \eta \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

- $\frac{\partial u}{\partial t} = 0$
- $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$
- $\frac{\partial u}{\partial y} = 0$
- $\frac{\partial u}{\partial z} \neq 0$



Für die Abhängigkeit der Viskosität vom Geschwindigkeitsgradient der dargestellten Fluide gilt:

- Die Viskosität Newton'scher Fluide nimmt mit zunehmendem Geschwindigkeitsgradient zu.
- Die Viskosität dilatanter Fluide nimmt mit zunehmendem Geschwindigkeitsgradient zu.
- Die Viskosität pseudoplastischer Fluide nimmt mit zunehmendem Geschwindigkeitsgradient ab.
- Die Viskosität der Fluide ist unabhängig vom Geschwindigkeitsgradient.



2. Wasserpistole (27 Punkte)

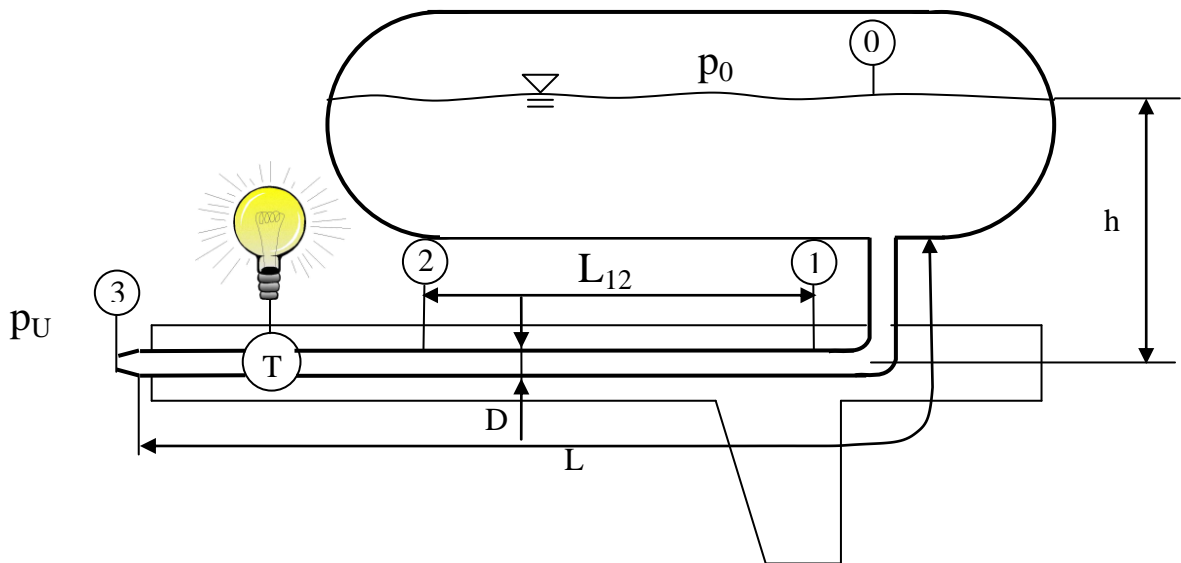


Abbildung 2

Gegeben ist eine Wasserpistole gemäß Abbildung 2. Durch einen erhöhten Behälterinnendruck p_0 wird Wasser (Dichte ρ Viskosität ν) aus dem Druckbehälter durch einen Wasserschlauch (Länge L , Durchmesser D) über eine Düse (Austrittsdurchmesser D_3) in die Umgebung gefördert (Umgebungsdruck p_U). Damit auch nachts gezielt werden kann, ist auf der Wasserpistole eine Glühlampe installiert. Diese wird über eine Turbine T mit elektrischer Energie versorgt.

Annahmen:

Strömungsverluste durch die Umlenkung, die Düse und durch den Ausströmvorgang im Druckbehälter können vernachlässigt werden. Für die Berechnung von Druckverlusten im Wasserschlauch kann dieser vereinfacht als gerade Rohrleitung mit der Länge L angenommen werden. Die Füllhöhe h und der Behälterinnendruck p_0 können für alle Aufgabenteile als konstant angenommen werden.

Gegeben:

Geometrische Größen:

$$L = 0,8\text{m} \quad D = 5 \text{ mm}; \quad h = 70 \text{ mm} \quad D_3 = 3 \text{ mm}$$

Stoffwerte:

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3 \quad \nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

Weitere:

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2 \quad p_u = 10^5 \text{ Pa}$$

2.1. (8 Punkte)

Es ist zunächst **keine** Turbine installiert. Wie groß ist der Behälterinnendruck p_0 , wenn die Strömungsgeschwindigkeit im Austritt der Düse $c_3 = 20 \text{ m/s}$ beträgt? Die Rohrströmung ist hydraulisch glatt.

Gegeben:

$$c_3 = 20 \text{ m/s};$$

2.2. (9 Punkte)

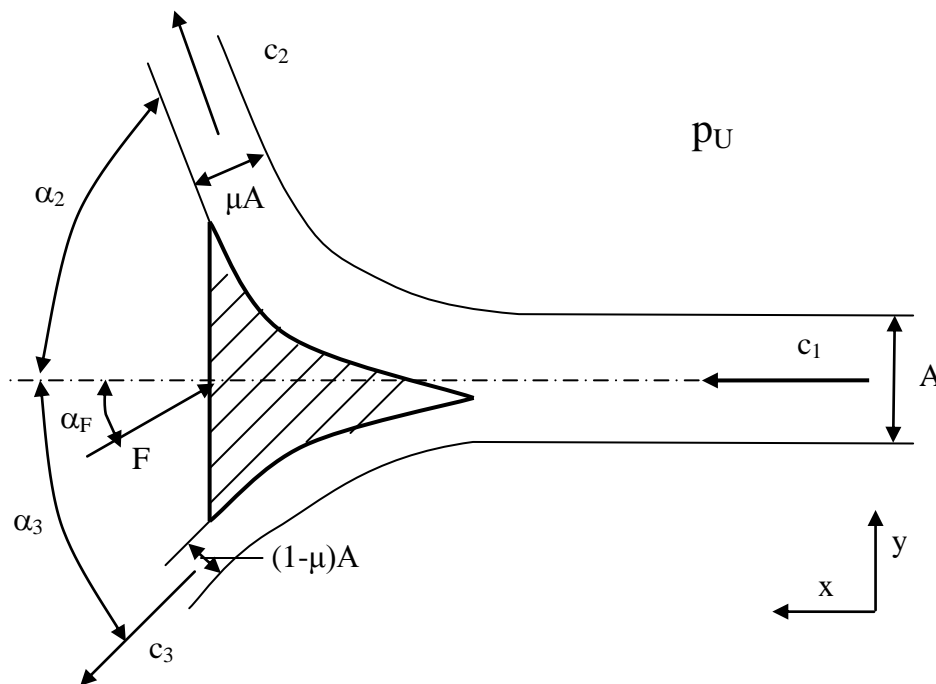
Die Strömungsgeschwindigkeit im Schlauch wird nun verändert, so dass die Strömung laminar ist. Zwischen den Positionen 1 und 2 gemäß Abbildung 2 wird der statische Differenzdruck Δp_{12} gemessen. Der Abstand zwischen den Messstellen ist L_{12} . Wie groß ist die von der Turbine (Turbinenwirkungsgrad η_T) über einen Generator (elektrischer Wirkungsgrad η_G) an die Lampe abgegebene elektrische Leistung?

Gegeben:

$$L_{12} = 0,3 \text{ m} \quad p_0 = 1,007 \text{ bar} \quad \Delta p_{12} = 150 \text{ Pa}$$
$$\eta_T = 0,8 \quad \eta_G = 0,9$$

2.3. (10 Punkte)

Der Wasserstrahl der Wasserpistole (Querschnittsfläche A , Zuströmgeschwindigkeit c_1) trifft waagrecht auf einen Festkörper, so dass der Strahl in zwei Strahlen ungleicher Querschnittsfläche aufgeteilt wird. Der erste Strahl mit der Querschnittsfläche μA strömt mit der Geschwindigkeit c_2 unter dem Winkel α_2 ab, der zweite Strahl mit der Querschnittsfläche $(1-\mu)A$ mit der Geschwindigkeit c_3 unter dem Winkel α_3 . Am Festkörper muss die Gegenkraft F aufgebracht werden, die unter dem Winkel α_F angreift, so dass der Körper in Position gehalten wird. Berechnen sie die Abströmgeschwindigkeiten c_2 und c_3 und das Flächenverhältnis μ . Die Strömungsverluste an der Oberfläche seien vernachlässigbar.



Gegeben:

$c_1 = 10 \text{ m/s}$
 $F = 0,17 \text{ N}$

$\alpha_2 = 60^\circ$
 $A = 7,07 \cdot 10^{-6}$

$\alpha_3 = 6,24^\circ$

$\alpha_F = 50^\circ$

3. Scramjet (19 Punkte)

Ein Staustrahltriebwerk mit Überschallverbrennung (engl. Scramjet) ist ein luftatmendes Strahltriebwerk, bei dem die Kompression der dem Verbrennungsraum zugeführten Luft nicht durch bewegliche Teile wie beim Turboverdichter erfolgt, sondern allein durch Ausnutzung der hohen Strömungsgeschwindigkeit des Gases selbst.

Ein einfaches Staustrahltriebwerk ist eine Röhre, deren Eintrittsöffnung als Diffusor arbeitet. Der Diffusor bildet dabei in der Röhre einen Konus, dessen Durchmesser in Richtung der Luftströmung zunächst (von 1 nach 2) zunimmt, **wodurch sich für den Luftstrom eine Verengung und damit – in der Überschallströmung – eine Verringerung der Strömungsgeschwindigkeit ergibt. Der Druck steigt dabei und sorgt nun für die Kompression (hohe Geschwindigkeit des Scramjet \Rightarrow niedriger Druck; niedrige Geschwindigkeit des Scramjet \Rightarrow hoher Druck).** Nun folgt der Brenner, in dem der Durchmesser des Diffusors wieder abnimmt (von 2 nach 3). Der durch die Kompression erhitzten Luft wird hier Kraftstoff zugeführt, der sich von selbst entzündet und eine Expansion des Gases herbeiführt. Das heiße Gas tritt dann nach hinten aus der Düse aus (von 3 nach 4).

Die Leistungsabgabe erfolgt ausschließlich durch den rückwärtigen Gasaustritt, eine direkte Leistungsabführung, die bei Wellentriebwerken zum Betrieb des Kompressors benötigt wird, findet nicht statt.

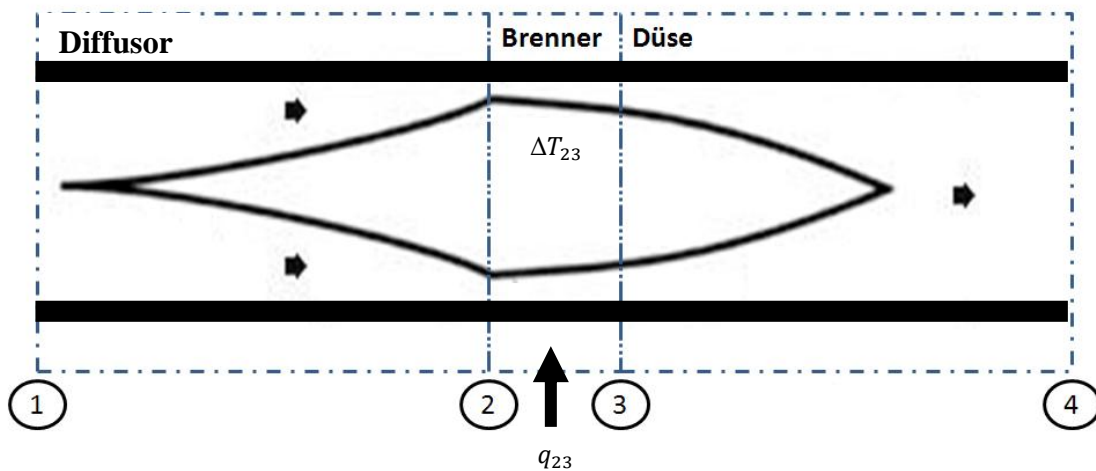


Abbildung 3: Scramjet Triebwerk

Folgende Annahmen werden für alle Aufgabenteile getroffen:

- Ideales Gas
- Isentrope (reibungsfreie, adiabate) Zustandsänderung in Diffusor und Düse
- Stationäre Strömung
- Kompressibles Fluid
- Stöße können vernachlässigt werden



3.1. Diffusor (11 Punkte)

Der statische Druck p_1 und die Geschwindigkeit des Flugzeuges Ma_1 werden in der Zuströmung des Triebwerks gemessen.

Berechnen Sie:

1. Die Strömungsgeschwindigkeit im Querschnitt 1,
2. die Strömungsgeschwindigkeit im Querschnitt 2,
3. die Mach-Zahl im Querschnitt 2
4. und den Massenstrom.

Gegebene Größen:

Index 1: $Ma_1 = 4$ $p_1 = 0,25 \text{ bar}$ $T_1 = -53,15^\circ\text{C}$

Index 2: $p_2 = 12 \text{ bar}$ $A_2 = 0,02 \text{ m}^2$

Sonstige Größen: $R_L = 287 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$ $\kappa_L = 1,4$

3.2. Brennkammer (8 Punkte)

Zur Berechnung der Strömung in der Brennkammer wird vereinfacht angenommen, dass der Brennstoffmassenstrom im Verhältnis zum Luftmassenstrom vernachlässigbar ist. Desweiteren wird für die Berechnung anstatt einer Verbrennung der spezifische Wärmestrom q_{23} zugeführt. Die sonstigen Stoffeigenschaften sollen über den Querschnitt als konstant angenommen werden.

Hinweis: $h = u + \frac{p}{\rho}$, $dh = c_p \cdot dT$ (Formelsammlung Seite 2)

Berechnen Sie:

1. Die Strömungsgeschwindigkeit im Querschnitt 3
2. und die Dichte im Querschnitt 3.

Gegebene Größen:

Index 2: $p_2 = 10 \text{ bar}$ $\rho_2 = 6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ $c_2 = 550 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Index 2-3: $\Delta T_{23} = 1000 \text{ K}$ $q_{23} = 2 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}}$

Sonstige Größen: $\frac{A_2}{A_3} = 0,95$ $c_{p,L} = 1030 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$