Leibniz Universität Hannover

Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik

Klausur

Strömungsmechanik 1

WS 2010/2011

09. März 2011, Beginn 15:00 Uhr

Prüfungszeit: 90 Minuten

Zugelassene Hilfsmittel sind:

- Taschenrechner (nicht programmierbar)
- TFD-Formelsammlung (ohne handschriftliche Ergänzungen)
- Lineal und Schreibmaterial (nur dokumentenecht, => keinen Bleistift verwenden, kein Rot, kein TIPP-Ex)
- mitgebrachtes Papier

Andere Hilfsmittel, insbesondere:

- Alte Klausuren
- Übungen der Vorlesung
- Handy, Laptop, Fachbücher, programmierbarer Taschenrechner

sind **nicht zugelassen**.

Weitere Hinweise:
Ergebnisse sind durch einen Rechenweg zu begründen und nur mit einer Einheit richtig. Die zu verwendenden Indizes sind (soweit gegeben) den Skizzen zu entnehmen, ansonsten in die Skizzen einzutragen.

Aufgabe	geschätzte Dauer	Punkte
1. Kurzaufgaben	20 min	12
2. Inkompressible Strömungen	40 min	27
3. Kompressible Strömungen	30 min	21
Gesamt	90 min	60

Name, Vorname: ....

Matrikelnummer: ....

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg!

Prof. J. Seume
V. Köpplin, H. von Seggern

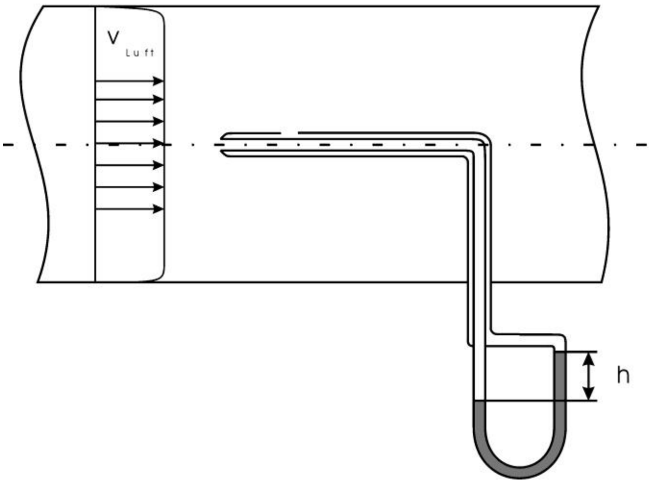
!!Alle Aufgabenteile (X.X) sind unabhängig voneinander lösbar!!

1. Kurzaufgaben (12 Punkte)

<u>Hinweis:</u> Die Lösungen der Kurzaufgaben sind in die dafür vorgesehenen Kästen einzutragen. Es gibt bei Kurzaufgaben keine Punkte auf den Rechenweg. Lösungen auf Zetteln werden nicht bewertet!

1.1 Prandtlsonde (4 Punkte)

Mit einem Prandtl`schen Staurohr wird die Strömungsgeschwindigkeit in einer Rohrströmung vermessen. Der Schwereeinfluss der Luft innerhalb der Sonde soll für die Berechnungen unberücksichtigt bleiben.



Welche Höhe h stellt sich im U-Rohr ein?

Gegeben:

$\rho_{Messflüssigkeit} = 1000\ \frac{kg}{m^3}$

$\rho_{Luft} = 1{,}003\ \frac{kg}{m^3}$

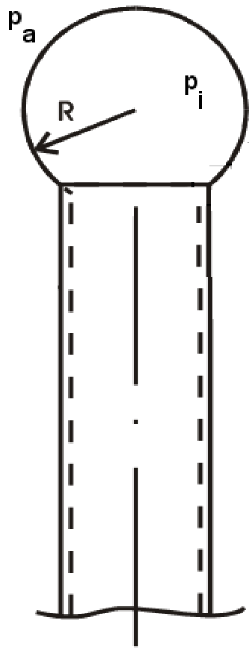
$g = 9{,}81\ \frac{m}{s^2}$

$v_{Luft} = 20\ \frac{m}{s}$

$\boldsymbol{h} =$	[ ]

1.2 Tropfen (4 Punkte)

Aus einer Spritze wird so lange Luft herausgedrückt, bis sich an der Nadel ein kleiner Fluidtropfen bildet. Wie groß muss der Innendruck p_i sein, damit sich ein Tropfen der Masse m = 1,2 $\cdot 10^{-4}$ kg ausbildet, wenn die Dichte ρ = 1000 kg/m³ und die Oberflächenspannung des Fluids σ = 0,002 N/m betragen. In der Umgebung herrscht der Umgebungsdruck p_a. Die Tropfenform kann näherungsweise als ideale Kugel betrachtet werden.



Gegeben:

$V_{Kugel} = \frac{4}{3}\pi R^3$ $\qquad \rho = 1000\frac{kg}{m^3}$

$m = 1{,}2\ \cdot 10^{-4} kg$ $\qquad \sigma = 0{,}002\ N/m$

$p_a = 1 \cdot 10^5\ Pa$

$\boldsymbol{p_i} =$	[ ]

1.3 Multiple-Choice (4 Punkte)

Kreuzen Sie richtige Aussagen an:

(nur vollständig richtig beantwortete Fragen werden gewertet)

Eine Newton'sche Flüssigkeit mit der Dichte ρ = 500 $\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ hat eine kinematische Viskosität von $\nu = 2{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$. Die Scherrate beträgt $\dot{\gamma} = 1350\ \frac{1}{\mathrm{s}}$.

☐ Die dynamische Viskosität beträgt $\eta = 1{,}25 \cdot 10^{-3}$ Pa.s.

☐ Die dynamische Viskosität beträgt $\eta = 8{,}5 \cdot 10^{-3}$ Pa.s.

☐ Es resultiert eine Schubspannung τ von ca. 1,69 N/m² für eine Scherrate von 1350 $\frac{1}{\mathrm{s}}$.

☐ Die Scherrate hat keinen Einfluss auf die Viskosität.

Unter welchen Voraussetzungen darf eine Strömung als Kontinuum betrachtet werden?

☐ wenn ein Verdichtungsstoß vorliegt.

☐ wenn ein stoffhomogener Bereich für ein strömendes Medium vorherrscht.

☐ wenn eine Strömung mit einer Knudsen-Zahl $K_n = 0{,}5$ vorliegt.

☐ wenn eine Strömung mit einer Knudsen-Zahl $K_n = 0{,}005$ vorliegt.

Grenzschicht-Theorie

☐ Die Grenzschicht bildet den Bereich zwischen einer Wand und der (nahezu) reibungsfreien Potentialströmung

☐ Die turbulente Grenzschicht löst im Vergleich zur laminaren Grenzschicht stromabwärts später ab

☐ Hinter dem Ablösepunkt nimmt die Grenzschichtdicke zu

☐ Die Reynolds-Zahl *Re* ist proportional zur Oberflächenspannung

Für eine turbulente Strömung entlang einer ebenen Platte ohne Druckgradient gilt…

☐ … der Geschwindigkeitsgradient an der Oberfläche ist bei gleicher Lauflänge im Vergleich zur laminaren Strömung größer

☐ … die Wandschubspannung ist proportional zum Quadrat der Zuström-Geschwindigkeit u_∞

☐ … die Bahnlinien der Strömung verlaufen parallel zueinander

☐ … der Impulsaustausch zwischen Fluid und Wand ist im Vergleich zur laminaren Strömung kleiner

2. Feuerwehrboot (27 Punkte)

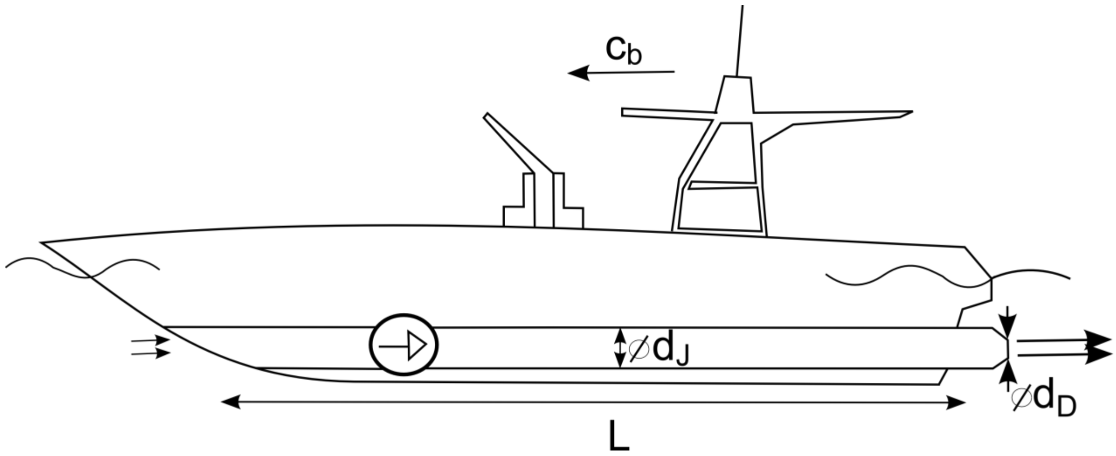


Abbildung 1: Spielzeug-Feuerwehrboot

Ein Spielzeug-Feuerwehrboot nach Abbildung 1 verwendet zur Fortbewegung mit der Geschwindigkeit c_b einen Jet-Antrieb. Dabei tritt Wasser in Fahrtrichtung durch ein Rohr an der Vorderseite des Bootes ein, wird durch die Jet-Pumpe gefördert und tritt am Ende des Bootes durch eine Düse aus. Die Eintrittsöffnung kann dabei als kreisrund mit dem Durchmesser d_J betrachtet werden. Die Düse ist ebenfalls als kreisrund mit dem Durchmesser d_D anzunehmen. Die Ein- und Austrittsverluste können vernachlässigt werden.
Als Besonderheit wurde das Feuerwehrboot mit einer Wasserspritz-Funktion ausgestattet, für die eine weitere Pumpe (oben nicht eingezeichnet, siehe Aufgabe 2.1) verwendet wird.

Das Wasser ist in allen Berechnungen als inkompressibles Fluid anzunehmen.

Gegeben für alle Teilaufgaben:

$L = 1{,}2\ m$	$d_J = 0{,}1\ m$	$d_D = 0{,}05\ m$
$g = 9{,}81\ \frac{m}{s^2}$	$\rho_{Wasser} = 1000\,\frac{kg}{m^3}$	$\eta_{Wasser} = 1{,}3 \cdot 10^{-3} Pa \cdot s$

2.1 Pumpleistung (10 Punkte)

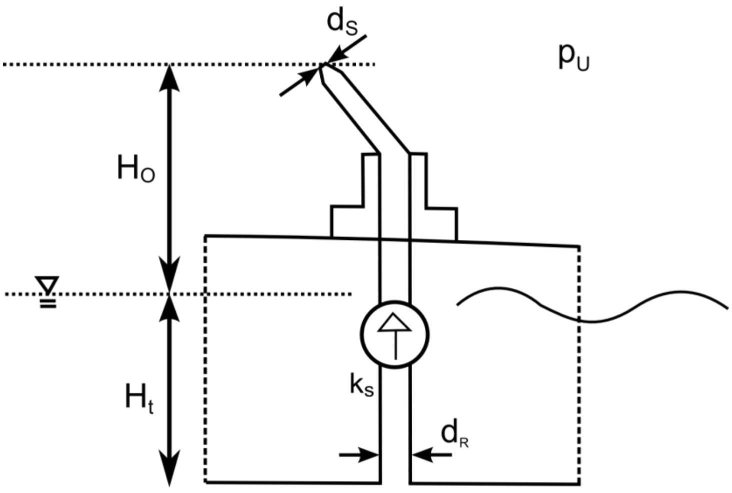


Abbildung 2: Wasserspritze (Ausschnitt)

Zur Förderung des Wassers für die Wasserspritze wird eine Pumpe eingesetzt, die das Wasser direkt an der Unterseite des Bootes in einer Wassertiefe von H_t ansaugt und zur Wasserdüse auf einer Höhe von H_O pumpt. Dieses gesamte Rohr in der Spritze von Länge L_R hat einen Durchmesser von d_R. Die Innenwand dieses Rohres ist hydraulisch rau mit einer Sandkornrauheit von $k_s = 1\ mm$. Im Freien herrscht Umgebungsdruck p_U.

Wie groß ist die benötigte Wellenleistung der Pumpe für den gegebenen Massenstrom $\dot{m}$?

Gegeben:

$H_t = 0{,}2\ m$	$H_O = 0{,}3\ m$	$k_s = 1\ mm$	$\dot{m} = 5\ \frac{kg}{s}$
$d_S = 0{,}02\ m$	$d_R = 0{,}05\ m$	$p_U = 100000\ Pa$	$L_R = 0{,}55\ m$

2.2 Wasserspritzdüse (5 Punkte)

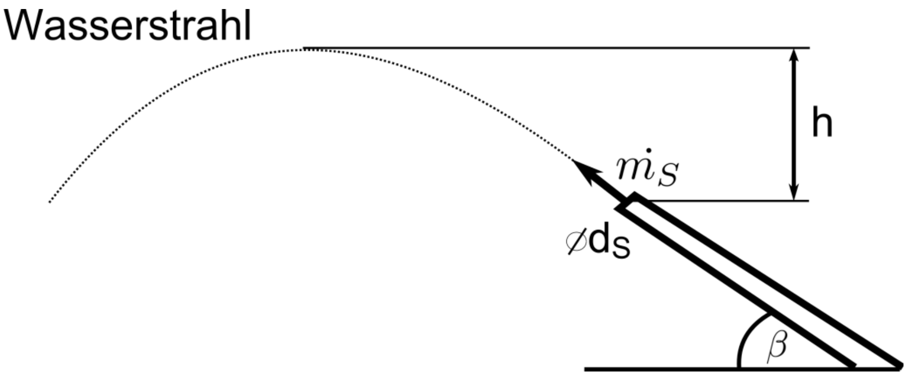


Abbildung 3: Wasserspritzdüse

Für einen Funktionstest der Wasserspritze soll nun das austretende Wasser im Scheitelpunkt der Flugbahn die Höhe h erreichen. Die Düse ist dabei unter dem Winkel β geneigt. Welcher Massenstrom $\dot{m}_S$ muss aus der Düse austreten, damit die Höhe h erreicht wird?

Der Luftwiderstand kann vernachlässigt werden.

Gegeben:
$\beta = 30\,°$ $\quad$ $d_S = 0{,}02\,m$ $\quad$ $h = 0{,}6\,m$

Für die Aufgabenteile 2.3, 2.4 und 2.5 ist die Wasserspritze <u>abgeschaltet.</u>

2.3 (3 Punkte)

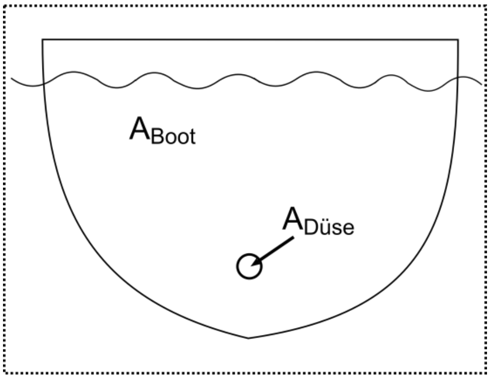
Das Boot bewegt sich mit einer Geschwindigkeit c_b durch das Wasser. Wie groß ist der Widerstand F_w des Bootes? Die Kontaktfläche des Bootes soll vereinfacht als rechteckige Platte mit der Länge L und der Breite B betrachtet werden. Der (Oberflächen-) Reibungswiderstand sei dominant und der zusätzliche Formwiderstand sei vernachlässigbar. Die Umströmung der Kontaktfläche sei vollständig turbulent.

Gegeben:
$B = 0{,}3\,m$ $\quad$ $c_b = 10\,\frac{m}{s}$

2.4 (9 Punkte)

Das Boot bewegt sich durch das Wasser, wobei eine Widerstandskraft F_w auf das Boot wirkt. Welchen Massenstrom $\dot{m}$ muss die Jet-Anlage fördern, um der Widerstandskraft entgegen zu wirken und somit die Reisegeschwindigkeit konstant zu halten.

Die Projektionsfläche des Bootes A_{Boot} ist deutlich größer als die Austrittsfläche der Düse $A_{Düse}$.



Gegeben:
$F_w = 90\ N$
$A_{Boot} \gg A_{Düse}$

3. Senkrechtstarter (21 Punkte)

Ein Senkrechtstarter des Typs Harrier (siehe Abbildung 4) mit 2 Triebwerken hat insgesamt eine Masse von 11 t. Die Leistung beider Triebwerke zusammen beträgt P_{ges}=350 kW. Die Ruhegrößen in der Brennkammer sind für alle Aufgabenteile gegeben.

Annahme: isentrope (reibungsfreie, adiabate) Strömung in den Triebwerken

Gegeben für alle Teilaufgaben:

$g = 9{,}81\,\frac{m}{s^2}$	$m = 11\ t$	$P_{ges} = 350\ kW$
$A_{Flügel} = 35\ m^2$	$Ma = 0{,}85$	$\rho_L = 1{,}2\,\frac{kg}{m^3}$
$T_L = 275\ K$	$T_0 = 3500\ K$	$T_1 = 1400\ K$
$p_0 = 16\ bar$	$R_T = 315\,\frac{J}{kg\ K}$	$\kappa_T = 1{,}4$

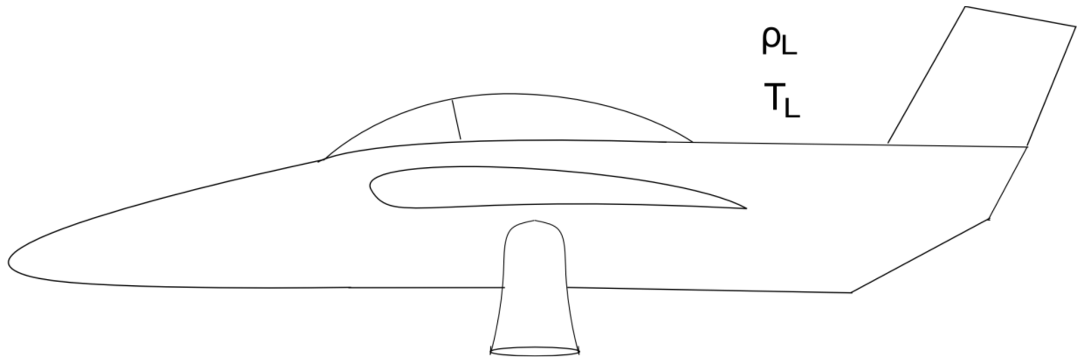


Abbildung 4: Senkrechtstarter mit zwei Triebwerken

3.1 (5 Punkte)

Die Triebwerksleistung P_{ges} ermöglicht, dass der Senkrechtstarter innerhalb von 0,5 s eine Höhe von 1 m vom Boden erreicht.

a) Berechnen Sie die Schubkraft F_s unter der vereinfachten Annahme, dass eine gleichförmige Bewegung ohne Beschleunigung vorliegt.
b) Reicht der Schub eines einzelnen Triebwerks in diesem Betriebspunkt (von a) allein aus, um den Senkrechtstarter bei diesen Bedingungen abheben zu lassen?
c) Nun befindet sich der Senkrechtstarter im Reiseflug (Abbildung 5). Die tragende Flügelfläche $A_{Flügel}$ des Senkrechtstarters beträgt insgesamt 35 m². Berechnen Sie den Auftriebsbeiwert c_A, der bei einer Reisegeschwindigkeit von Ma = 0,85 und einer Temperatur T_L = 275 K mindestens notwendig ist. Verluste werden vernachlässigt.

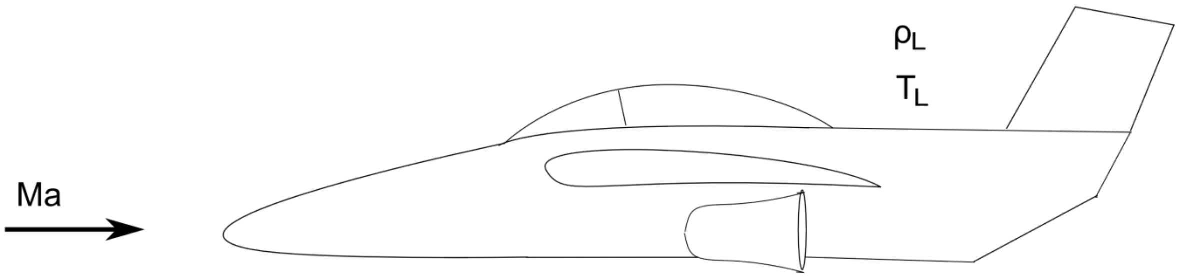


Abbildung 5: Senkrechtstarter im Reiseflug mit Geschwindigkeit Ma = 0,85

3.2 (10 Punkte)

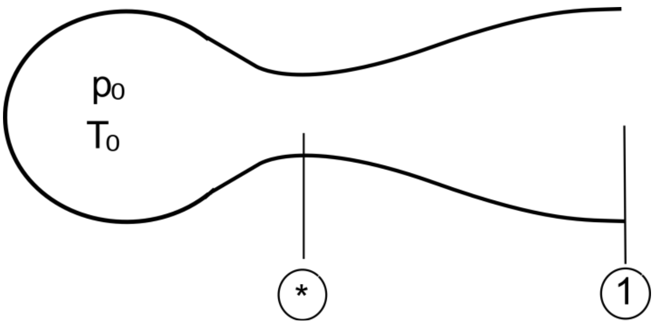


Abbildung 6: Triebwerk-Skizze

Die beiden Triebwerke werden jeweils als Brennkammer mit anschließender Laval-Düse angenommen (siehe Abbildung 5). In der Brennkammer herrscht die Temperatur T_0 und der Druck p_0. Mit * ist die engste Stelle des Querschnitts markiert. Berechnen Sie die Geschwindigkeit c_1 und Massenstrom $\dot{m}$ am Düsenaustritt sowie die Querschnittsfläche A_1. Nehmen Sie hierfür einen Schub F_s von 350 kN an.

Gegeben: F_s=350 kN

3.3 (6 Punkte)

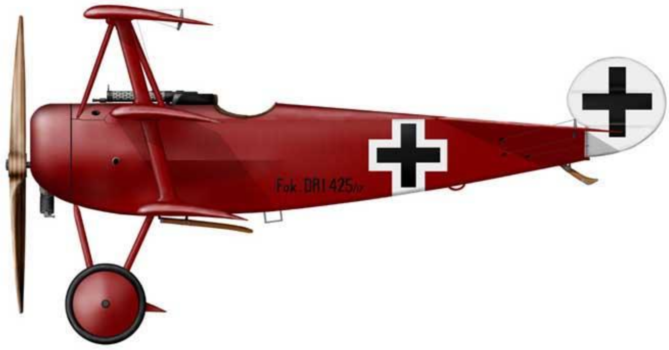


Abbildung 7: Dreidecker (Quelle: www.the-blueprints.com)

Es wird angenommen, dass ein Senkrechtstarter auch als Dreidecker (siehe Abbildung 6) ausgestattet sein kann. Vor dem mittleren Tragflügel wird der mittlere statische Druck p_1 gemessen (siehe Abbildung 7). Dort herrscht die mittlere Strömungsgeschwindigkeit c_1. Der mittlere Abströmwinkel beträgt $\beta = 8°$. An dem mittleren Tragflügel greift in horizontaler Richtung die Kraft F_x = 1,1 kN, in vertikaler Richtung die Auftriebskraft F_A = 60 kN an. Der Schaufelabstand ist t, die Schaufellänge in z-Richtung ist l.

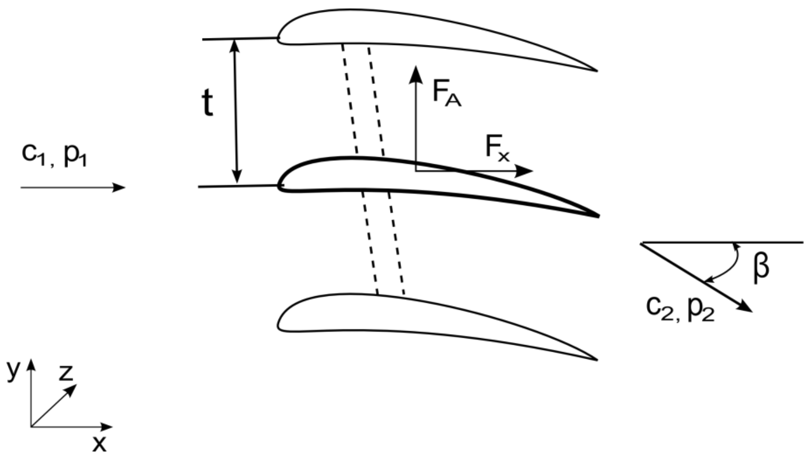


Abbildung 8: Skizze der Tragflügelreihe des Dreideckers

Die Umströmung des mittleren Tragflügels kann als periodisch ähnlich wie in einem unendlichen Schaufelgitter angenommen werden. Berechnen Sie den mittleren statischen Druck p_2 für die mittlere Abströmgeschwindigkeit c_2 = 60 m/s hinter dem mittleren Tragflügel. Wie groß ist der durchgesetzte Massenstrom $\dot{m}_{\text{Tragflügel}}$ über den mittleren Tragflügel?

Gegeben:

$c_1 = 80\ \mathrm{m/s}$	F_x = 1,1 kN	F_A = 60 kN	$\beta = 8°$
p_1 = 0,98 bar	c_2 = 60 m/s	$t = 0{,}5\ m$	$l = 0{,}6\ m$

Klausur

Strömungsmechanik 1

WS 2010/2011

Musterlösung

1. Kurzaufgaben

1.1 Prandtlsonde

Messbare Drücke sind der Totaldruck p_{tot} am Staupunkt und der statische Druck p_{stat} an der seitlichen Öffnung.

Es gilt:

$$p_{tot} = p_{stat} + p_{dyn} \tag{1}$$

$$p_{dyn} = \frac{\rho_{Luft}}{2} c^2 \tag{2}$$

Hydrostatisches Gleichgewicht im U-Rohr:

$$p_{tot} = p_{stat} + g \cdot h \cdot \rho_{Messflüssigkeit} \tag{3}$$

(1) und (2) in (3)

$$\frac{\rho_{Luft}}{2} c^2 = g \cdot h \cdot \rho_{Messflüssigkeit}$$

Gesuchte Höhe h ergibt sich zu:

$$h = 0{,}0204\ m$$

1.2 Tropfen

1. Druckdifferenz $p_i - p_a$ entspricht der Oberflächenkraft an der Kontaktfläche
2. Kräftegleichgewicht nach unten:
3. $V = \frac{1{,}2 \cdot 10^{-4} kg}{1000\ kg/m^3} = 1{,}2 \cdot 10^{-7}\ m^3$
4. $R = \sqrt[3]{\frac{1{,}2 \cdot 10^{-7}\ m^3 \cdot 3}{4\pi}} = 0{,}003\ m$
5. $p_i = p_a + \frac{\sigma \cdot 2}{R} = 1 \cdot 10^5 Pa + \frac{0{,}002\ N/m \cdot 2}{0{,}003\ m} = 100001{,}3\ Pa$

1.3 Multiple Choice

Kreuzen Sie richtige Aussagen an:

(nur vollständig richtig beantwortete Fragen werden gewertet)

Eine Newton'sche Flüssigkeit mit einer Dichte ρ von ρ = 500 $\frac{\mathbf{kg}}{\mathbf{m^3}}$ hat eine kinematische Viskosität von $\boldsymbol{\nu = 2,5 \cdot 10^{-6}\ \frac{m^2}{s}}$. Die Scherrate beträgt $\boldsymbol{\dot{\gamma} = 1350\ \frac{1}{s}}$.

☒ Die dynamische Viskosität beträgt η = 1,25 · 10^{-3} Pa.s.

☐ Die dynamische Viskosität beträgt η = 8,5 · 10^{-3} Pa.s.

☒ Es resultiert eine Schubspannung τ von ca. 1,69 N/m² für eine Scherrate von 1350 $\frac{1}{s}$.

☒ Die Scherrate hat keinen Einfluss auf die Viskosität.

Unter welchen Voraussetzungen darf eine Strömung als Kontinuum betrachtet werden?

☐ wenn ein Verdichtungsstoß vorliegt.

☒ wenn ein stoffhomogener Bereich für ein strömendes Medium vorherrscht.

☐ wenn eine Strömung mit einer Knudsen-Zahl K_n = 0,5 vorliegt.

☒ wenn eine Strömung mit einer Knudsen-Zahl K_n = 0,005 vorliegt.

Grenzschicht-Theorie

☒ Die Grenzschicht bildet den Bereich zwischen einer Wand und der (nahezu) reibungsfreien Potentialströmung

☒ Die turbulente Grenzschicht löst im Vergleich zur laminaren Grenzschicht stromabwärts später ab

☐ Hinter dem Ablösepunkt nimmt die Grenzschichtdicke zu

☐ Die Reynolds-Zahl *Re* ist proportional zur Oberflächenspannung

Für eine turbulente Strömung entlang einer ebenen Platte gilt…

☒ … der Geschwindigkeitsgradient an der Oberfläche ist im Vergleich zur laminaren Strömung größer

☐ … die Wandschubspannung ist proportional zum Quadrat der Zuström-Geschwindigkeit u_∞

☐ … die Bahnlinien der Strömung verlaufen parallel zueinander

☐ … der Impulsaustausch zwischen Fluid und Wand ist im Vergleich zur laminaren Strömung kleiner

2 Feuerwehrboot

2.1 Pumpleistung

Bernoulli von unten nach oben:

$$\frac{c_1^2}{2}+\frac{p_1}{\rho}+gz_1+\frac{P_{12}}{\rho\cdot\dot{V}}=\frac{c_2^2}{2}+\frac{p_2}{\rho}+gz_2+\frac{\Delta p_{V12}}{\rho}$$

mit $z_1 = 0$ und $z_2 = H_O + H_t$

c_1 und c_2 aus Konti:

$c_1 = c_R = \frac{\dot{m}}{A_1\rho} = 2{,}5465\ \frac{m}{s}$ $\qquad$ $c_2 = c_S = \frac{\dot{m}}{A_2\rho} = 15{,}92\ \frac{m}{s}$

Für p_1 aus Bernoulli von Wasseroberfläche bis Eintrittsöffnung:

$p_2 = p_U$ und $p_1 = p_U + \rho \cdot g \cdot H_t = 101962\ Pa$

$\rho \cdot \dot{V} = \dot{m}$

Verluste im Rohr:

1. Re-Zahl: $Re = \frac{c\cdot d_R}{\nu} = 97942$
2. $\frac{k_S}{d} = \frac{1\ mm}{0{,}05\ m} = 0{,}02$

Re und $\frac{k_S}{d}$ und Moody-Diagramm: $\lambda = 0{,}05$

$\Delta p_{V12} = \lambda \frac{L_R}{d_R}\frac{\rho}{2}c_R^2 = 1783{,}3\ Pa$

$P_{12} = 128{,}21\ W$

2.2 Wasserdüse

Aufstellen der verlustfreien Bernoulli Gleichung von Punkt 1 (Austritt der Düse) nach Punkt 2 (Scheitelpunkt):

$$\frac{c_1^2}{2}+\frac{p_1}{\rho}+g\cdot z_1=\frac{c_2^2}{2}+\frac{p_2}{\rho}+g\cdot z_2 \qquad (1)$$

Mit

$$z_1 = 0 \qquad z_2 = h \qquad p_1 = p_2 = p_U \qquad (2)$$

Geschwindigkeit im Scheitelpunkt lässt sich mit Hilfe von c_1 ausdrücken: Horizontale Komponente von c_2 entspricht der horizontalen Komponente von c_1, da der Luftwiderstand vernachlässigt wird. Vertikale Komponente im Scheitelpunkt ist $c_{2,vertikal} = 0$.

$$c_2 = c_{2,Horizontal} = c_1 \cdot \cos\beta \qquad (3)$$

Einsetzen von (2) und (3) in (1) und Auflösen nach c_1.

$$c_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h}{1 - \cos^2\beta}}$$

$$c_1 = 6{,}86\ \frac{m}{s}$$

Berechnung vom Massenstrom $\dot{m}$ mit Austrittsfläche $A_{Düse}$.

$$\dot{m} = c_1 \cdot \rho \cdot A_{Düse} = c_1 \cdot \rho \cdot \pi \cdot r_{Düse}^2$$

$$\dot{m} = 2{,}155\ \frac{kg}{s}$$

2.3 Widerstand des Bootes

$F_W = c_w \cdot \frac{\rho}{2} \cdot c^2 \cdot b \cdot L$

Voll turbulente Umströmung:

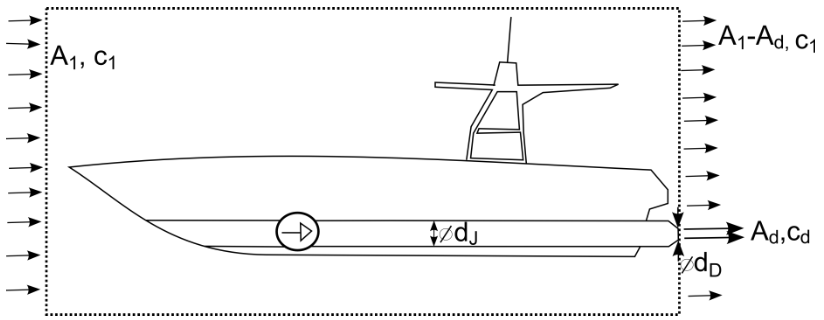
$c_w = \frac{0{,}074}{Re^{1/5}}$ mit $Re = \frac{c \cdot L}{\nu} = 9230769$

$c_w = 3 \cdot 10^{-3}$

$F_w = 54\ N$

2.4 Massenstrom

Der Trick bei der Aufgabe ist die richtige Wahl der Bilanzfläche: Es wird zwischen einer Bilanzfläche weit vor dem Bott und der Fläche direkt an der Düse bilanziert (siehe Skizze):



Impulsbilanz:

$$A_1\rho c_1^2 - A_d\rho c_d^2 - (A_1 - A_d)\rho c_1^2 + F_w = 0 \qquad (2.4a)$$

Mit der Annahme, dass $A_1 \gg A_d$ ergibt sich Gl. (2.4a) zu:

$$A_d \rho c_d^2 = F_w = \dot{m}_d \cdot c_d \tag{2.4b}$$

c_d aus Massenstrom mit Konti:

$$c_d = \frac{\dot{m}_d}{A_d \cdot \rho} \tag{2.4c}$$

Einsetzen von (2.4c) in (2.4b) führt auf:

$$\dot{m}_d = \sqrt{F_W \cdot A_d \cdot \rho} = 13{,}29\ kg$$

3. Senkrechtstarter (20 Punkte)

Gegeben für alle Teilaufgaben:

$g = 9{,}81 \frac{m}{s^2}$	$m = 11\ t$	$P_{ges} = 350\ kW$
$A_{Flügel} = 35\ m^2$	$Ma = 0{,}85$	$\rho_L = 1{,}2 \frac{kg}{m^3}$
$T_L = 275\ K$	$T_0 = 3500\ K$	$T_1 = 1400\ K$
$p_0 = 16\ bar$	$R_T = 315 \frac{J}{kg\ K}$	$\kappa_T = 1{,}4$

3.1 (7 Punkte)

Lösung a:

$$F_s = \frac{P}{c_s} = \frac{350 \cdot 10^3 \frac{Nm}{s}}{2 \frac{m}{s}} = 175\ kN$$

Lösung b:

- ➔ Für ein Triebwerk $\frac{F_s}{2} = 87{,}5\ kN$ $<$ $F_G = 9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot 11 \cdot 10^3\ kg = 107{,}91\ kN$
- ➔ Schub eines Triebwerks reicht nicht aus

Lösung:

→Reisegeschwindigkeit berechnen:

$$c_\infty = Ma \cdot \sqrt{\kappa R T_L} = 0{,}85 \cdot \sqrt{1{,}4 \cdot 315 \frac{J}{kg\ K} 275\ K} = 348{,}246 \frac{m}{s}$$

Ansatz: F_A muss mindestens dem Betrag von F_G entsprechen.

$$F_A > F_G = m \cdot g = 107{,}91\ kN$$

$$c_A \geq \frac{F_G}{\frac{\rho}{2} \cdot c_\infty{}^2 \cdot A} = \frac{107910\ N}{\frac{1{,}2\frac{kg}{m^3}}{2} \cdot (348{,}246\frac{m}{s})^2 \cdot 35\ m^2} = 0{,}0424$$

3.2 (10 Punkte)

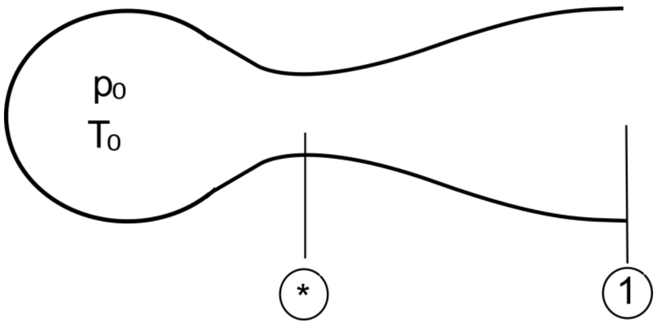


Abbildung 1: Triebwerk-Skizze

Lösung:

Aus der Kontigl. Ansatz $A_1 = \frac{\dot{m} R T_1}{p_1\, c_1}$

➔ Machzahl bestimmen über T

$$\frac{T_0}{T_1} = 1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot Ma_1{}^2$$

$$Ma_1{}^2 = \frac{\frac{T_0}{T_1} - 1}{\frac{\kappa - 1}{2}} = \frac{\frac{3500}{1400} - 1}{\frac{1{,}4-1}{2}} = 7{,}5$$

$$Ma_1 = 2{,}739$$

➔ Geschwindigkeit c_1

➔ $c_1 = Ma_1 \cdot \sqrt{\kappa R T_1} = 2{,}739 \cdot \sqrt{1{,}4 \cdot 315 \frac{J}{kg\, K} \cdot 1400\ K} = 2152{,}16 \frac{m}{s}$

➔ Druck p_1

$$p_1 = \frac{p_0}{\left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot Ma_1{}^2\right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}} = \frac{16\ \cdot bar}{\left(1 + \frac{1{,}4 - 1}{2} \cdot 2{,}739^2\right)^{\frac{1{,}4}{1{,}4-1}}} = \frac{16\ \cdot bar}{(2{,}5)^{3{,}5}} = 0{,}647\ bar$$

➔ Massenstrom

➔ $\dot{m} = \frac{F_s}{c_1} = \frac{350\ kN}{2152{,}16\frac{m}{s}} = 162{,}63 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$

Nun den Querschnitt A_1 ermitteln:

$$A_1 = \frac{\dot{m} R T_1}{p_1\, c_1} = \frac{162{,}63 \frac{kg}{s} \cdot 315\ \frac{J}{kg\, K} \cdot 1400K}{0{,}647 \cdot 10^5\ Pa\ \cdot 2152{,}16 \frac{m}{s}} = 0{,}515\ m^2$$

3.3 (6 Punkte)

Abbildung 2: Dreidecker (Quelle: www.the-blueprints.com)

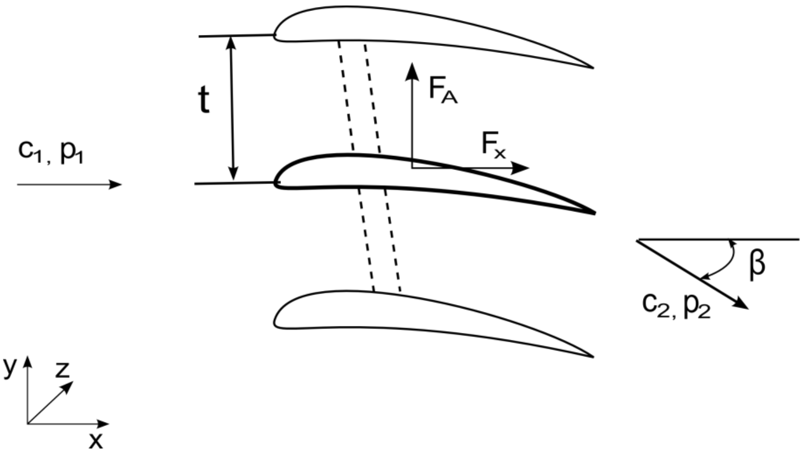


Abbildung 3: Skizze der Tragflügelreihe des Dreideckers

Gegeben:

$c_1 = 80\ \mathrm{m/s}$	$F_x = 1{,}1\ \mathrm{kN}$	$F_A = 60\ \mathrm{kN}$	$\beta = 8°$
$p_1 = 0{,}98\ \mathrm{bar}$	$c_2 = 60\ \mathrm{m/s}$	$t = 0{,}5\ m$	$l = 0{,}6\ m$

Lösung:

Kräftegleichgewicht in Y-Richtung:

$$\sum F = 0 = F_A - \dot{m}\, c_{2,y}$$

Berechnung Massenstrom:

$$c_2 \cdot \sin\beta = c_{2,y}$$

$$\dot{m} = \frac{F_A}{c_2 \cdot \sin\beta} = \frac{60\ kN}{60\frac{m}{s} \cdot \sin(8°)} = 8{,}35\frac{kg}{s}$$

Kräftegleichgewicht in x-Richtung:

$$\sum F = 0 = p_1\, A_1 + \dot{m}c_1 - p_2\, A_2 - \dot{m}\, c_{2,x} + F_x$$

Berechnung p_2:

$$c_2 \cdot \cos\beta = c_{2,x}$$

$$\begin{aligned} p_2 = \frac{p_1\, A_1 + \dot{m}c_1 - \dot{m}c_{2,x} + F_x}{A_2} \\ &= \frac{0{,}98 \cdot 10^5 Pa \cdot (0{,}6m \cdot 0{,}5m) + 8{,}35kg/s(80\frac{m}{s} - (60m/s \cdot \cos(8°)) + 1100\text{N}}{(0{,}6m \cdot 0{,}5m)} \\ &= 1{,}022\ bar \end{aligned}$$