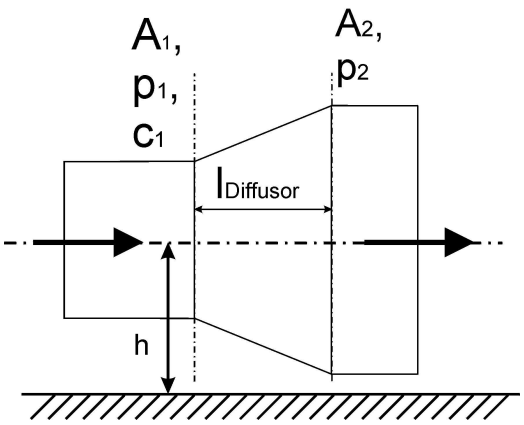
Kurzfragen (24 Punkte)

Kurzfrage a

Gegeben sei ein Bernoulli-Diffusor. Die Wandreibung sei vernachlässigbar, das Fluid sei inkompressibel.

Gegeben: A_1, A_2, c_1, $l_{Diffusor}$, h, ρ



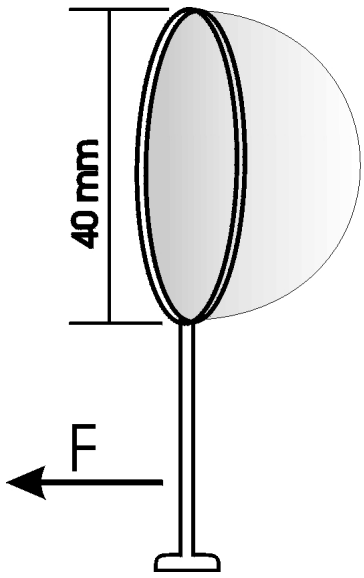
Ka1) Leiten Sie eine Beziehung zur Berechnung der Druckdifferenz Δp (p_2-p_1) her. (8 Punkte)

Kurzfrage b

In einen Seifenblasenring wird Luft geblasen. In diesem Ring wölbt sich eine Seifenhaut und nimmt gerade die Form einer Halbkugel an. Der Druck des Anblasens soll nur innerhalb des Ringes wirken. Weder Ring noch Halter sollen als angeströmt betrachtet werden.

Kb1) Wie groß ist die aufzuwendende Kraft, mit der der Ring gehalten werden muss. Skizze!! (8 Punkte)

Gegeben: $d_{Seifenring}$ = 40 mm $\sigma_{Seifenwasser/Luft}$ = 6,3 10^{-2} N/m

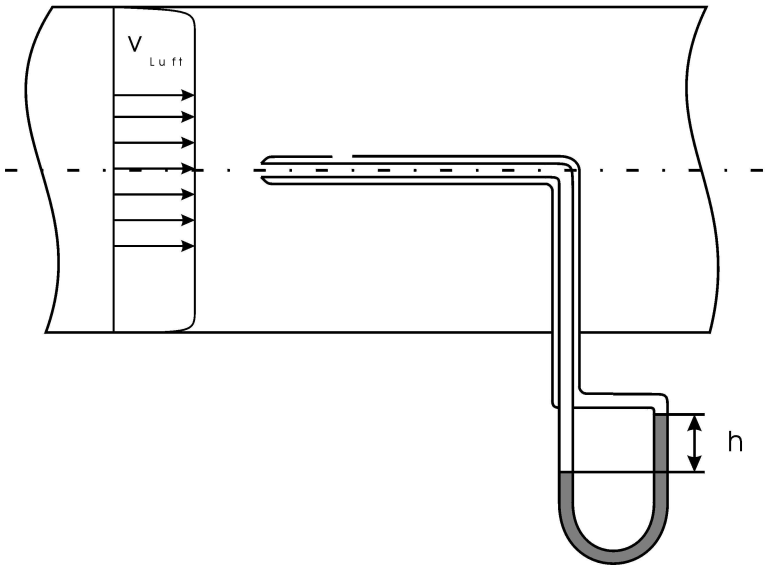


Kurzfrage c

Mit einem Prandtl`schen Staurohr wird die Strömungsgeschwindigkeit in einer Rohrströmung vermessen. Der Schwereeinfluss der Luft innerhalb der Sonde soll für die Berechnungen unberücksichtigt bleiben.

Kc1) Benennen Sie die messbaren Größen. Wie groß ist v_{Luft}? (8 Punkte)

Gegeben:
$\rho_{Messflüssigkeit}$ = 1000 kg/m^3
ρ_{Luft} = 1,003 kg/m^3
g = 9,81 m/s^2
h = 17mm



Aufgabe 2 (42 Punkte)

Zur Luftversorgung einer Kirchenorgel wird ein Gebläse ($\eta_{Gebläse}$) eingesetzt (s. Skizze). Dahinter ist ein sehr großer(!) Ausgleichs- und Vorratsbehälter installiert ($A_{Grundfläche,Ausgleichsbehälter}$), damit beliebig viele Pfeifen immer mit der selben Lautstärke gespielt werden können. Über den Verteiler wird jede einzelne Pfeife mit Luft versorgt. Die gleichartigen Pfeifen einer Tonleiter (ein Register) unterscheiden sich in Länge und Durchmesser. In dem Ausgleichsbehälter ist ein Kolben der Masse m installiert, der sich mit der im Ausgleichsbehälter befindlichen Luftmenge verschiebt.

Gegeben:

<u>Pfeife I:</u>
$l_{Pfeife\ I} = 5$ m
$d_{Pfeife\ I} = 10$ mm

<u>Gebläse:</u>
$\eta_{Gebläse} = 0{,}8$

<u>allgemein:</u>
$g = 9{,}81$ m/s^2

<u>Verteiler:</u>
$\rho_{MF} = 11340$ kg/m^3
$h_{MF} = 80$ mm
$h_1 = 15$ m

<u>Ausgleichsbehälter:</u>
$A_{Grundfläche,\ Ausgleichsbehälter} = 0{,}25$ m^2

<u>Luft:</u>
$\nu_{Luft} = 1{,}004*10^{-6}$ m^2/s
$\rho_{Luft} = 1{,}184$ kg/m^3
$p_U = p\,(x=0\text{ m}) = 101300$ Pa

<u>Rohr 1 und 2</u>
$d_{Rohr\ 1} = d_{Rohr\ 2} = 0{,}1$ m

Alle Aufgabenteile sind unabhängig voneinander lösbar. Die Luft kann für alle Aufgabenteile als inkompressibel betrachtet werden.

2a) Die Reynoldszahl beträgt in jeder Pfeife $Re = 9{,}5*10^4$. Der Druckverlust ist über jede Pfeife gleich groß. Die Pfeifen sind als hydraulisch glatt anzusehen.

Wie groß ist die Geschwindigkeit $v_{Pfeife\ I}$, der Massenstrom $\dot{m}_{Pfeife\ I}$ sowie der Druckverlust $\Delta p_{Pfeife\ I}$ durch die Pfeife I? (8 Punkte)

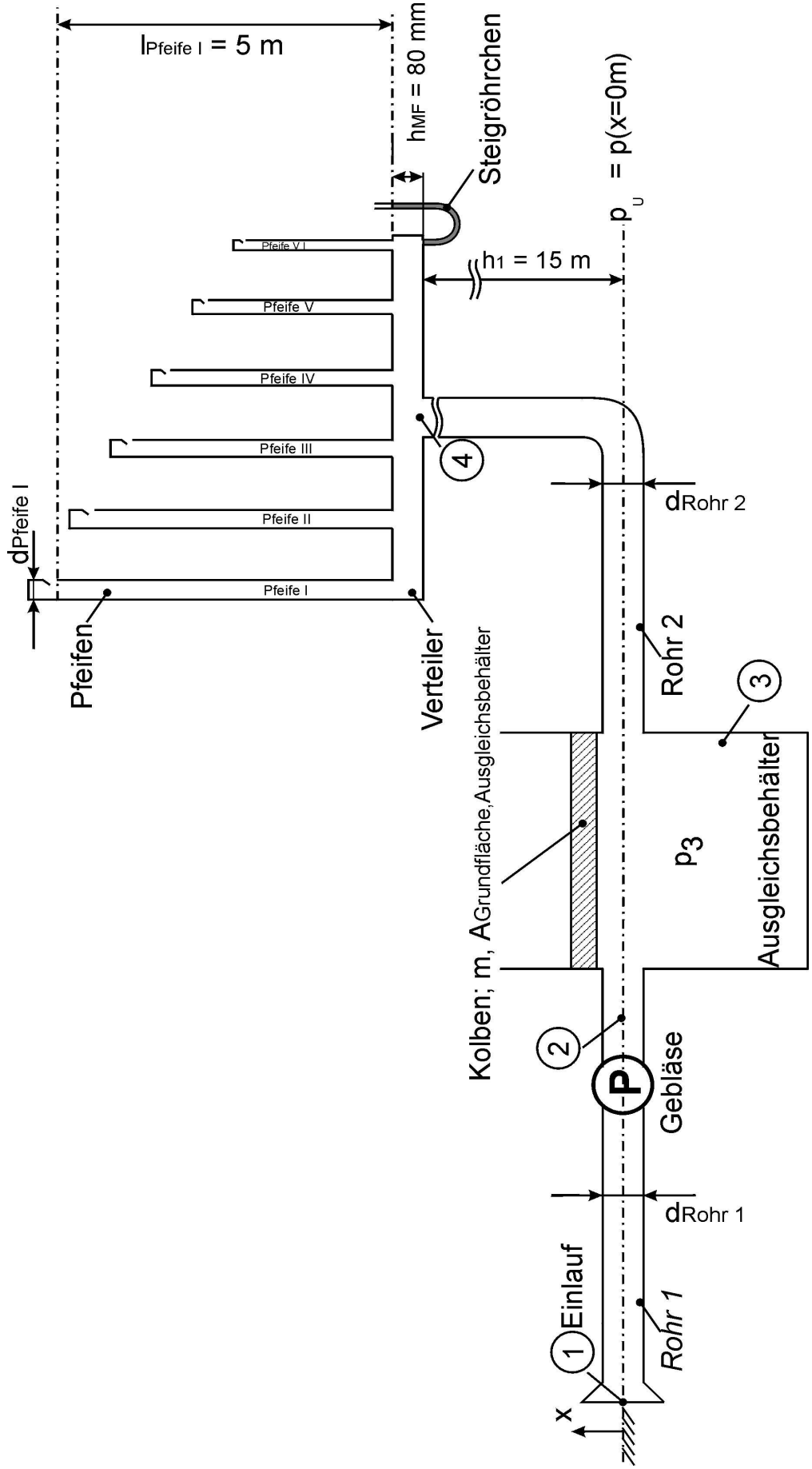
2b) Die Strömung im Rohr 2 (nicht Pfeife II) ist <u>reibungsfrei</u>. Das Steigröhrchen gibt den statischen Druck im Verteiler an, wenn alle Pfeifen gleichzeitig gespielt werden. Der Massenstrom im Rohr II ist zu diesem Zeitpunkt $\dot{m} = 0{,}1$ kg/s. Die Schwere der Luft ist für Höhenunterschiede größer 0,1 m zu berücksichtigen.

Wie groß ist der Druck im Ausgleichsbehälter? Wie schwer muss der Kolben dann sein? (17 Punkte)

2c) Die Strömung im Rohr 1 ist <u>reibungsfrei</u>. Der Druck im Ausgleichsbehälter sei nun $1{,}1*10^5$ Pa. Der Massenstrom im Rohr 2 betrage $\dot{m} = 0{,}1$ kg/s.

Berechnen Sie die elektrische Anschlussleistung des Gebläses ($\eta_{Gebläse}$), wenn sich der Kolben zusätzlich mit einer Geschwindigkeit von $v_{Kolben} = 0{,}05$ m/s aufwärts bewegt? (17 Punkte)

Aufgabe 2: Skizze: Kirchenorgel



Aufgabe 3 (34 Punkte)

Der Bat-Jet wird von Batman zur vollständigen Überarbeitung an ein Ingenieurbüro abgegeben. Das Fluggerät ist mit zwei Strahltriebwerken (Eintrittsdurchmesser d_{ein}) ausgerüstet. Für eine verbesserte Manövrierfähigkeit verfügt das Fluggerät über schwenkbare Strahltriebwerke (hierzu wird der ganze Flügel geschwenkt), die einen vertikalen Start ermöglichen. Im Flug nehmen die Strahltriebwerke eine horizontale Stellung ein. Des weiteren sind Schubumkehrklappen installiert, die hohe Verzögerungen ermöglichen. Bei geöffneten Schubumkehrklappen (s. Skizze) wird 2/3 des Abgasstroms aus dem Strahltriebwerk parallel zur Klappenstellung umgelenkt. Der restliche Abgasstrom strahlt parallel zur Schubdüsenachse ab. Mittels einer technischen Vorrichtung wird gewährleistet, dass die Schubresultierende durch die Nick-Schwerpunktslinie des Bat-Jets gerichtet ist, so dass zu keinem Zeitpunkt ein zusätzliches Drehmoment auf das Fluggerät eingeleitet wird.

Gegeben:

Strahltriebwerk:	Flugzeug:	Umgebungsbed. 0 m ü. NN
Anzahl: 2	Masse = 7800 kg	$\rho_{Luft} = 1{,}209\ kg/m^3$
$d_{ein} = 1{,}4\ m$		$p_{Luft} = 1{,}013\ bar$
		Umgebungsbed. 3600 m ü. NN
Schubumkehrklappen:	allgemein:	$T_{Luft} = 270{,}15\ K$
$\beta = 45°$	$g = 9{,}81\ m/s^2$	$p_{Luft} = 0{,}87\ bar$
	$R_{Luft} = 290\ J/kg\ K$	

Alle Aufgabenteile sind unabhängig voneinander lösbar. Die Umgebungsluft kann in allen Teilaufgaben als ideales Gas und reibungsfrei angenommen werden. Die Masse des Jets bleibt für alle Aufgabenteile vereinfachend konstant.

3a) Die Schubdüsen sind parallel zum Flügel ausgerichtet. Die Flügel sind vertikal ausgerichtet. Der durch den energieintensiven Vertikalstart aufzuwendende Brennstoff darf bei der Impulsbilanz nicht vernachlässigt werden und betrage 5 Massenprozent des eingesaugten Luftstroms. Der Volumenstrom in ein Strahltriebwerk beträgt $\dot{V}_{ein}=150\ m^3/s$.

Berechnen Sie die Austrittsgeschwindigkeit der Heissgase, damit das Flugzeug beim Vertikalstart aus 0 m ü. NN gerade abhebt. Skizze!! (15 Punkte)

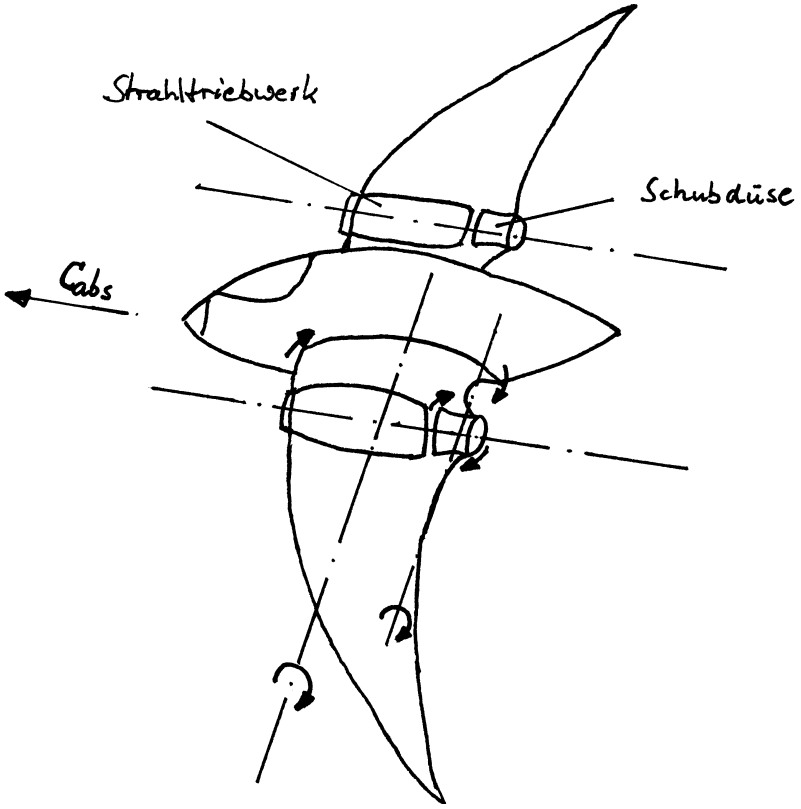
Im Folgenden kann der Brennstoff im austretenden Gasstrom vernachlässigt werden.

3b) Das Flugzeug befinde sich nun im unbeschleunigten Flug bei 3600 m Höhe. Sowohl die Strahltriebwerke als auch die Schubdüsen haben eine horizontale Stellung. Die Reisegeschwindigkeit beträgt 55 m/s. Die relative Abströmgeschwindigkeit parallel zum Schubdüsenaustritt betrage 215 m/s. Die Schubumkehrklappen werden schlagartig geöffnet.

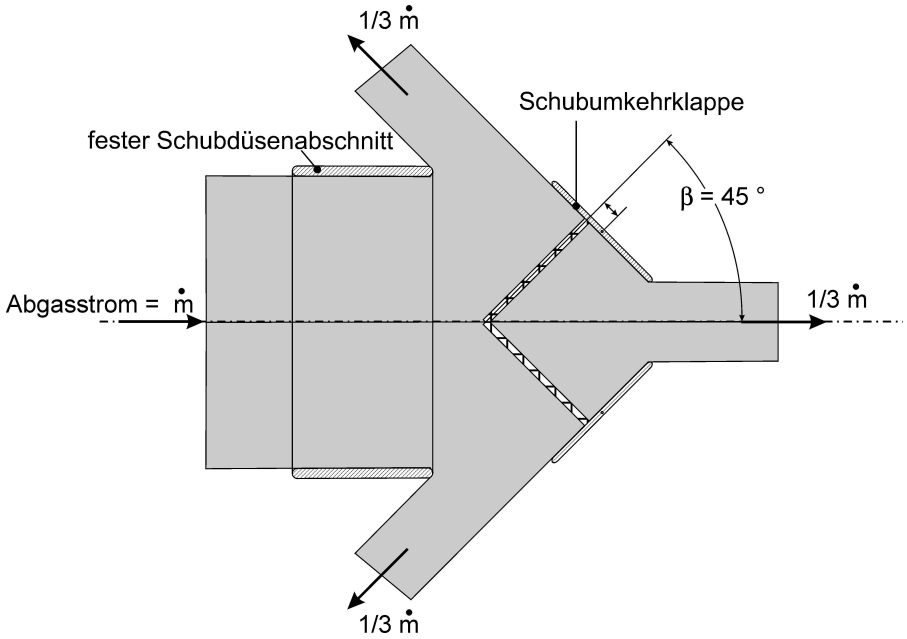
Berechnen Sie zuerst den in die Strahltriebwerke eintretenden Massenstrom unter Berücksichtigung der veränderten Umgebungsbedingungen. Wie groß ist die horizontale Komponente des Gesamtschubs bei geöffneten Schubumkehrklappen? Geben Sie die Beschleunigung zum Zeitpunkt der Klappenumstellung auf das Flugzeug an. Ist der Pilot gefährdet, wenn eine max. Beschleunigung der einfachen Erdbeschleunigung zulässig ist? Skizze!! (19 Punkte)

Aufgabe 3:

Skizzen: Der Bat-Jet



Schubdüse mit geöffneten Schubumkehrklapppen



Musterlösung der Klausur Strömungsmechanik I im Herbst 2002

4. Februar 2004

herausgegeben vom
Institut für Strömungsmaschinen
Universität Hannover

Aufgabe 1 - Kurzfragen

Kurzfrage a

Nebenbedingungen: reibungsfrei, inkompressibel

$\frac{p_1}{\varrho_1} + \frac{1}{2}c_1^2 + gh_1 = \frac{p_2}{\varrho_2} + \frac{1}{2}\ c_2^2 + gh_2$

---

mit den Nebenbedingungen: $h_1 = h_2;\ \varrho_1 = \varrho_2$ folgt

$\frac{p_1 - p_2}{\varrho} = \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2)\ \ (1)$

Konti-Gleichung

$c_1\ A_1 = c_2 A_2 \Rightarrow c_2 = \frac{A_1}{A_2}\ c_1\ \ (2)$

mit (2) in (1)folgt

$\underline{\underline{p_1 - p_2 = \frac{1}{2}((\frac{A_1}{A_2})^2 - 1) \cdot c_1^2 \cdot \rho}}$

Kurzfrage b

Nebenbedingungen: Reibungskräfte am Ringhalter sind vernachlässigt

Nur die Oberflächenspannung hält die Seifenhalbkugel

$\sum\ F = m\ a = -F_H + F_\sigma = 0$

$F_H = \sigma_{Luft/Seifenwasser} \pi\ d_{Ring} = 6,3\ 10^{-2}\ \pi\ 0,04 = \underline{\underline{0,00792\ N}}$

Kurzfrage c

Nebenbedingungen: die Dichte der Luft kann hier in der Prandlsonde vernachlässigt werden

Die messbaren Größen sind der <u>statische Druck</u> sowie der <u>Totaldruck</u>:
$p_1 = p_{tot} = p_{stat} + \frac{1}{2}\ \rho_{Luft} c^2\ \ (1)$

$p_2 = p_{stat}$ (2)

Hydrostatisches Gleichgewicht im Röhrchen:

$p_1 = p_2 + \varrho_M \; g \; \Delta \; h$ (3)

mit (1),(2) in (3)

$p_{stat} + \frac{1}{2} \; \rho_{Luft} c^2 = p_{stat} + \varrho_M \; g \; \Delta \; h$

$c = \sqrt{\frac{2 \; \varrho_M \; g \; \Delta \; h}{\varrho_{Luft}}}$

$c = \sqrt{\frac{2 \; 1000 \; 9{,}81 \; 0{,}017}{1{,}003}} = \underline{\underline{18,2357 \; \frac{m}{s}}}$

Aufgabe 2

Teilaufgabe a

$Re = 95000;$ *hydraulisch glatt*

$Re = \frac{D \cdot \; c}{\nu}$

$c = \frac{95000 \cdot 1{,}00410^{-6}}{0{,}01} = \underline{\underline{9,538 \; \frac{m}{s}}}$

$\dot{m} = \varrho \; A \; c = 1,184 \frac{kg}{m^3} \pi \cdot \frac{0{,}01^2}{4} \cdot 9,538 = \underline{\underline{0,000887 \; \frac{kg}{s}}}$

$\Delta \; p = \lambda \; \frac{l}{d} \; \frac{\varrho}{2} \; c_m^2$

$\lambda = \frac{0{,}3164}{Re^{0,25}} = 0,0180$

$\Delta \; p = 0,018 \; \frac{5}{0{,}01} \; \frac{1{,}184}{2} = \; \underline{\underline{484,71 \; Pa}}$

Teilaufgabe b

Bernoulli vom Ausgleichsbehälter bis zum Verteiler ((3) nach (4))

$\frac{p_3}{\varrho} + \frac{1}{2} c_3^2 + g h_3 = \frac{p_4}{\varrho} + \frac{1}{2} \; c_4^2 + g h_4$

---

mit den Nebenbedingungen: $c_3 = 0;\ h_3 = 0$ folgt

$$p_3 = p_4 + \varrho(g\ h_4 + \tfrac{c_4^2}{2}) \quad (1)$$

---

p_4 aus der Hydrostatik

$$p_4 = p_{U,15m\ Hoehe} + \varrho_{MF} g\ h_{MF}$$

Mit $p_{U,15m\ Hoehe} = p_u - \ \varrho_L\ g\ h_1$

$$p_{U,15m\ Hoehe} = 1,013 \cdot 10^5\ Pa - 1,184 \cdot 9,81 \cdot 15 = 101125,77\ Pa$$

$$p_4 = 101125,77Pa + 11340kg/m^3 \cdot 9,81m/s^2 \cdot 0,08m = 110025,41\ Pa \quad (2)$$

$$c_4 = \tfrac{\dot{m}}{\varrho\ A} = \tfrac{0,1\ 4}{1,184\ \pi\ 0,1^2} = 10,754\ \tfrac{m}{s} \quad (3)$$

---

mit (2),(3) in (1) folgt

$$p_3 = p_4 + \varrho(g\ h_4 + \tfrac{c_4^2}{2}) = \underline{\underline{110268,1\ Pa}}$$

Kräftegleichgewicht im Ausgleichsbehälter

$$p_3 = p_{U,\ 0m} + \tfrac{m\ g}{A}$$

$$p_{U,0\ m} = p_U + \varrho_L\ g\ \Delta\ h = 101300\ Pa$$

$$m = \tfrac{(p_3 - p_{U,\ 0m})\ A}{g} = \underline{\underline{228,54\ kg}}$$

Teilaufgabe c

<u>erweiterte Bernoulli-Gleichung von 1 nach 2</u>

$$\tfrac{p_1}{\varrho} + \tfrac{1}{2}c_1^2 + gh_1 + \tfrac{P_{1,2}}{\dot{m}} = \tfrac{p_2}{\varrho} + \tfrac{1}{2}\ c_2^2 + gh_2$$

---

mit den Nebenbedingungen $c_1 = 0;\ h_1 = h_2$ folgt

$P_{1,2} = \dot{m} \cdot [\frac{1}{2}c_2^2 + \frac{(p_2 - p_1)}{\varrho}]$ (1)

Der Kolben bewegt sich mit $c = 0,05 \ \frac{m}{s}$

$\dot{V} = c \ A = 0,05 \ 0,25 = 0,0125 \ \frac{m^3}{s}$

$\dot{m}_{Kolben} = \varrho \ \dot{V} = 0,0148 \ \frac{kg}{s}$ (2)

$\dot{m}_{Rohr_I} = \dot{m}_{Kolben} + \dot{m}_{Rohr_{II}} = 0,1148 \ \frac{kg}{s}$

$c_2 = \frac{\dot{m}_{Rohr_I} \ 4}{\varrho \ \pi \ D^2_{Rohr_{II}}} = \frac{0,1148 \ 4}{1,184 \ \pi \ 0,1^2} = 12,3453 \ \frac{m}{s}$ (3)

mit (3),(2) in (1) folgt

$P_{1,2,ideal} = 0,1148 \cdot [\frac{1}{2}12,345^2 + \frac{(8700)}{1,184}] = 852,3 \ W$

$P_{1,2,real} = \frac{P_{1,2,ideal}}{\eta} = \underline{\underline{1065,4 \ W}}$

Aufgabe 3

Teilaufgabe a

Nebenbedingungen: Umgebung p_U wirkt auf alle Teilmassenströme gleich
Kräftegleichgewicht des Flugzeugs in y-Richtung

$\sum \ F_y = 2 \ (F_{aus} - F_{ein}) - F_{Jet}$

$\sum \ F_y = 2 \ (\dot{m}_{aus} \ c_{aus} - \dot{m}_{ein} \ c_{ein}) - F_{Jet}$ (1)

$\dot{m}_{ein} = \dot{V}_{ein} \ \varrho = 150 \ \cdot \ 1,209 = 181,35 \ \frac{kg}{s}$ (2)

$c_1 = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{150 \ 4}{\pi \ 1{,}4^2} = 97,44 \ \frac{m}{s}$ (3)

$\dot{m}_{aus} = 1,05 \ \dot{m}_{ein}$ (4)

$F_{Jet} = 7800 \ 9,81 = 76518 \ N$ (5)

mit (2),(3),(4),(5) in (1) folgt

$\frac{F_{Jet}}{2} = \dot{m}_{ein}(1,05\ c_{aus} - c_{ein})$

$1,05\ c_{aus} = \frac{F_{Jet}}{2\ \dot{m}_{ein}} -\ \ c_{ein}$

$c_{aus} = 293,72\ \frac{m}{s}$

Teilaufgabe b

$\dot{m}_{ein} = \varrho_{ein}\ A_{ein}\ c_{ein}$

$\varrho_{ein} = \frac{p}{R\ T} = \frac{0,87\ 10^5}{290\ 270,15} = 1,1105\ \frac{kg}{m^3}$

$\dot{m}_{ein} = 1,105\ \pi\ \frac{1,4^2}{4}\ 55 = 94,021\ \frac{kg}{s}$

Kräftegleichgewicht des Flugzeugs in x-Richtung

$F_{Schub,h} = -2\ (\dot{m}_{ein}\ c_{ein} + \frac{2}{3}\dot{m}_{ein}\ c_{ein}\cos\ (45ø) - \frac{1}{3}\dot{m}_{ein}\ c_{aus})$

$F_{Schub,h} = -2\ 94,021(55 + \frac{2}{3}\ 215\cos\ (45ø) - \frac{1}{3}\ 215) = -15924,39\ N$

---

unbeschleunigter Flug

$\sum\ \overrightarrow{F} = 0 = m\ a = F_{Reibung} - F_{Schub} \Rightarrow F_R = F_S$

mit $F_S = F_{aus} - F_{ein}$ folgt

$F_S = F_R = 2\ \dot{m}\ (c_{aus} - c_{ein}) = 2\ 94,021\ (215 - 55) = 30086,72\ N$

---

beschleunigter Flug

$\sum\ \overrightarrow{F} = m\ a = F_R - F_{S,h}$

$\sum\ \overrightarrow{F} = 7800\ a = 30086,72 - (-15924,39) = 46011,11\ N$

$a = \frac{F}{m} = \frac{46011,11}{7800} = \underline{\underline{5,899\frac{m}{s^2}}} \Rightarrow < 9,81\frac{m}{s^2}$; der Pilot ist nicht gefährdet