

# Klausur Herbst 2006

## „Strömungsmechanik I“

**Bearbeitungsdauer**      **PO 2000: 90 min**

**zugelassene Hilfsmittel:**

- Taschenrechner (nicht programmierbar)
- IfS-Formelsammlung (ohne handschriftliche Ergänzungen)
- Lineal und Schreibmaterial
- mitgebrachtes Papier

**weitere Hinweise:** Ergebnisse sind durch einen Rechenweg zu begründen und nur mit einer Einheit richtig. Die zu verwendenden Indizes sind (soweit gegeben) den Skizzen zu entnehmen, ansonsten in die Skizzen einzutragen.  
**Beschriften Sie jedes Blatt mit Name und Matrikelnr.**

<b>Name</b>	<b>Vorname</b>	<b>Matr. Nummer</b>

	<b>mögliche Punktezahl</b>	<b>erreichte Punktezahl</b>
<b>Aufgabe 1</b>	<b>16</b>	
<b>Aufgabe 2</b>	<b>21</b>	
<b>Aufgabe 3</b>	<b>23</b>	
<b>Gesamt</b>	<b>60</b>	
	<b>Note</b>	

**!!Alle Aufgabenteile sind unabhängig voneinander lösbar!!**

**Viel Erfolg!**

Name:

Matrikelnummer:

### Kurzaufgabe 1a.) 4Punkte

Gegeben ist der Rotor eines Hubschraubers, der sich mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  dreht. Dieser Rotor besteht aus 2 Rotorblättern (Tragflügeln mit der Länge  $L$  und Breite  $B$ ), welche jeweils den Widerstandsbeiwert  $c_W$  besitzen. Es kann angenommen werden, dass der Widerstandsbeiwert über der gesamten Rotorlänge konstant ist.

Berechnen Sie die gesamte Widerstandskraft des Rotors.

Gegeben:  $L$ ;  $B$ ;  $\omega$ ;  $c_W$ ;  $\rho_{\text{Luft}}$

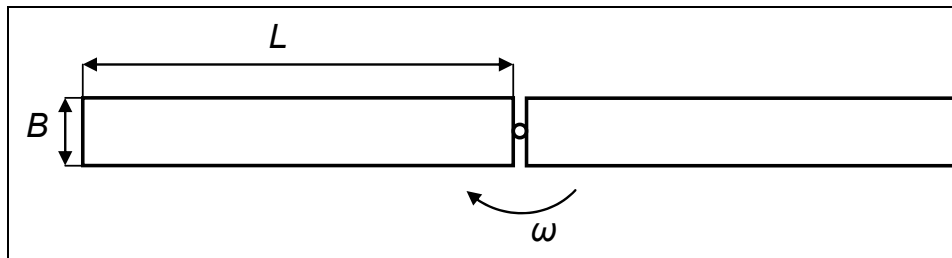


Abbildung 1

---

### Kurzaufgabe 1b.) 6Punkte

Gegeben ist ein Trichter nach Abbildung 2. Im geraden Auslauf des Trichters mit der Länge  $L$  ist die Strömung reibungsbehaftet (Rohrreibungszahl  $\lambda$ ). Die Fluidoberfläche kann als ruhend angenommen werden. Die Strömung sei inkompressibel.

Bestimmen Sie den maximal möglichen über dem Trichter einfließenden Wasservolumenstrom, damit der Trichter gerade nicht überläuft.

Gegeben:  $L=20\text{cm}$ ;  $H=5\text{cm}$ ;  $\lambda=2 \cdot 10^{-2}$ ;  $D=1\text{cm}$ ;  $g=9,81\text{m/s}^2$

Name:

Matrikelnummer:

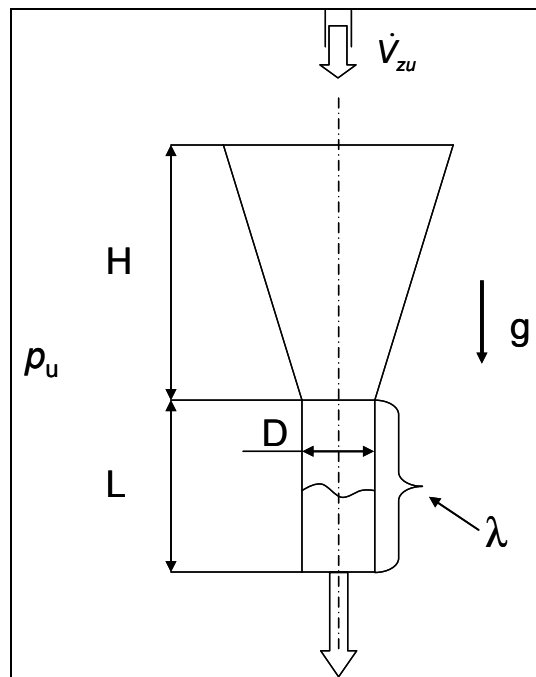


Abbildung 2

### Kurzaufgabe 1c.) 6Punkte

Ein Flugzeug mit einem Mantelstromtriebwerk nach Abbildung 3 fliegt mit einer Geschwindigkeit von  $c_{\text{Flugzeug}}=900\text{km/h}$ . Der von der Einlaufdüse erfasste Luftmassenstrom  $\dot{m}$  wird im Aggregat in einen Mantelstrom (80% des Massenstroms, Geschwindigkeit  $c_{\text{Mantel}}$ ) und einen Kernstrom (20% des Massenstroms, Geschwindigkeit  $c_{\text{Kern}}$ ), welcher die Gasturbine passiert hat, aufgeteilt. Der Mantelstrom wird weniger stark beschleunigt als der Kernstrom.

Berechnen Sie die Schubkraft des Triebwerks auf das Flugzeug.

Gegeben:  $c_{\text{Flugzeug}}=900\text{km/h}$ ;  $c_{\text{Mantel}}=280\text{m/s}$ ;  $c_{\text{Kern}}=320\text{m/s}$ ;  $D=1,8\text{m}$ ;  $\rho_u=0,475\text{kg/m}^3$

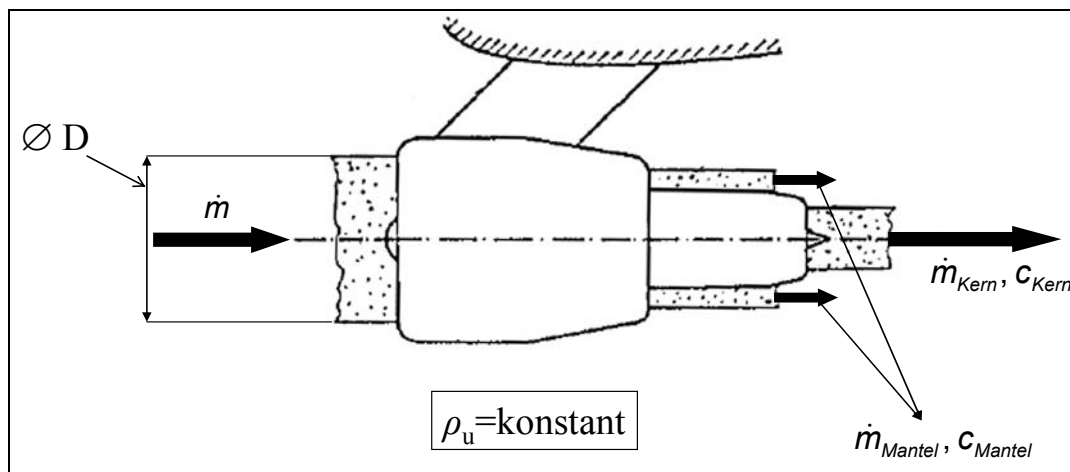


Abbildung 3

## Aufgabe 2.) 21Punkte

Eine Chemieranlage wird mit Frischwasser versorgt. Die Strömung sei für alle Aufgabenteile inkompressibel.

### 2.1) Venturi-Düse (6Punkte)

Der durch den Zulauf fließende Massenstrom wird mit Hilfe einer Venturi-Düse ermittelt. Dazu wird die Druckdifferenz zweier Druckmessstellen  $\Delta p$  gemessen. Die Strömung sei für diesen Aufgabenteil reibungsfrei.

Vervollständigen Sie den prinzipiellen Aufbau einer Venturi-Düse durch Ergänzung der beiden genannten Druckmessstellen in Abbildung 4 und berechnen Sie anschließend den Massenstrom durch die Düse.

Gegeben:  $D_1$ ;  $D_2$ ;  $\rho_{\text{Wasser}}$ ;  $\Delta p$

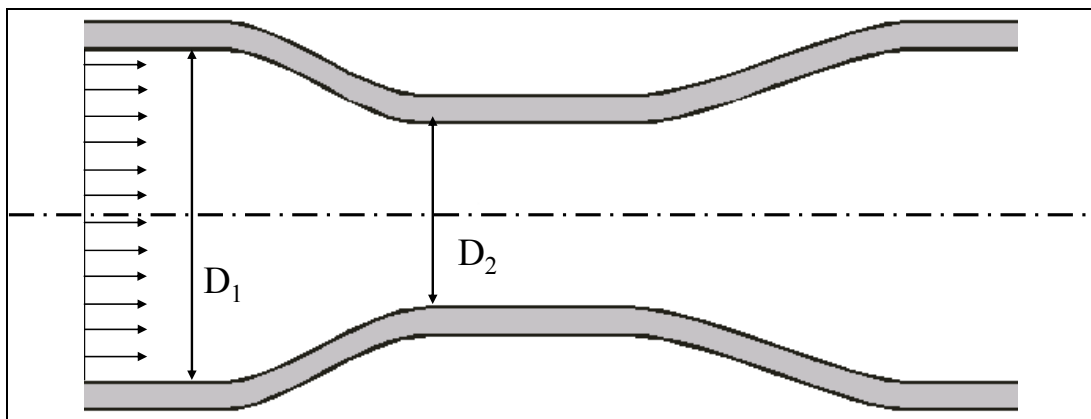


Abbildung 4

### 2.2) Pumpenleistung (7Punkte)

Um die Chemieranlage in der Ebene 1 mit der Höhe  $H_1$  ausreichend mit Wasser versorgen zu können, wird eine zusätzliche Pumpe nach Abbildung 5 installiert. Zuvor wurde der Entnahmehahn geschlossen, die Pumpe ausgeschaltet und an der Anschlussstelle des Wassernetzes ein Druck von 3bar gemessen. Dieser Totaldruck bleibt unabhängig vom Durchfluss an der Anschlussstelle erhalten. Die Strömung sei reibungsfrei.

Name:

Matrikelnummer:

Berechnen Sie die elektrische Pumpenleistung, wenn auf Ebene 1 ein Massenstrom  $\dot{m}$  entnommen werden soll und die Pumpe einen elektrischen Wirkungsgrad von  $\eta_{\text{elektrisch}}=0,8$  hat.

Gegeben:  $D=0,1\text{m}$ ;  $H_1=30\text{m}$ ;  $\dot{m}=10\text{kg/s}$ ;  $p_{\text{Anschluss}}=3\text{bar}$ ,  $g=9,81\text{m/s}^2$ ;  $\rho=1000\text{kg/s}$ ;  $p_u=1\text{bar}$ ;  $\eta_{\text{elektrisch}}=0,8$

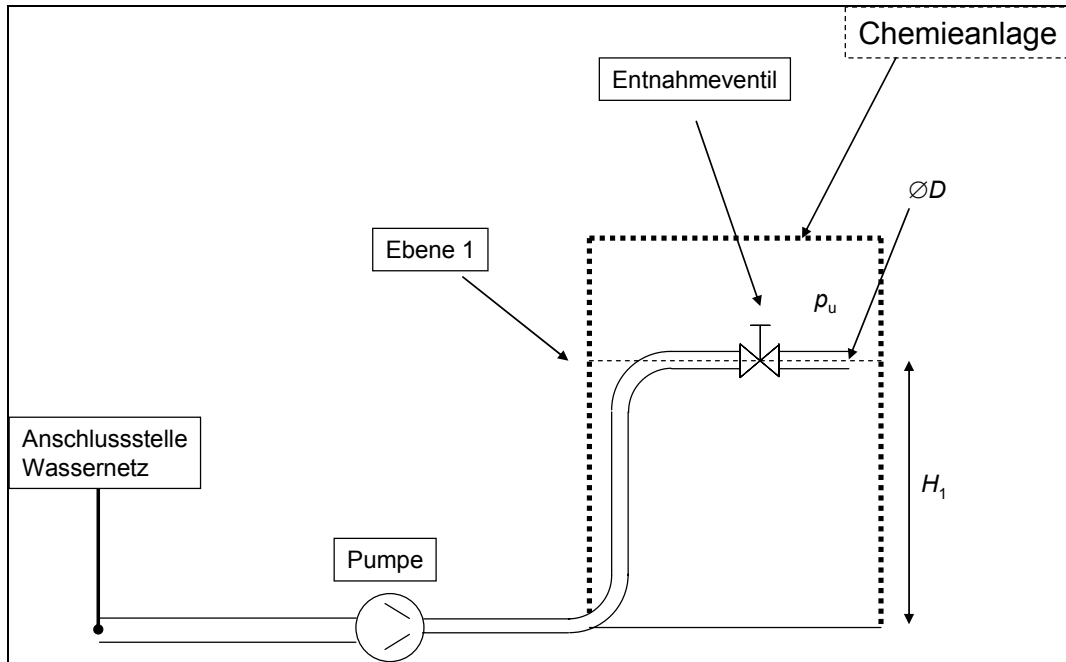


Abbildung 5

### 2.3 Rohrreibung (8Punkte)

Um das Wasser auf die Ebene 1 zu pumpen, sollen zwei Varianten von Rohrleitungen (siehe Abbildung 6) hinter der Pumpe untersucht werden. Die erste Variante beinhaltet ein Rohr mit dem Durchmesser  $D_1$ . In der zweiten Variante werden zwei identische Rohre mit dem Durchmesser  $D_2$  eingesetzt. Alle Rohre besitzen die Wandrauhigkeit  $k_s$  und erfahren nur auf der Länge  $L$  einen Druckverlust. Beide Varianten sollen den gleichen Massenstrom  $\dot{m}$  durchsetzen.

Welche Variante hat den geringeren Druckverlust aufgrund von Reibung auf der Rohrlänge  $L$ ?

Wie groß ist jeweils die von einer Pumpe zu erbringende Verlustleistung?

Gegeben:  $D_1=0,1\text{m}$ ;  $D_2=0,05\text{m}$ ;  $k_s=10^{-3}\text{m}$ ;  $\dot{m}=8\frac{\text{kg}}{\text{s}}$ ;  $L=30\text{m}$ ;  $\rho=1000\text{kg/s}$ ;  $\nu=10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$

Name:

Matrikelnummer:

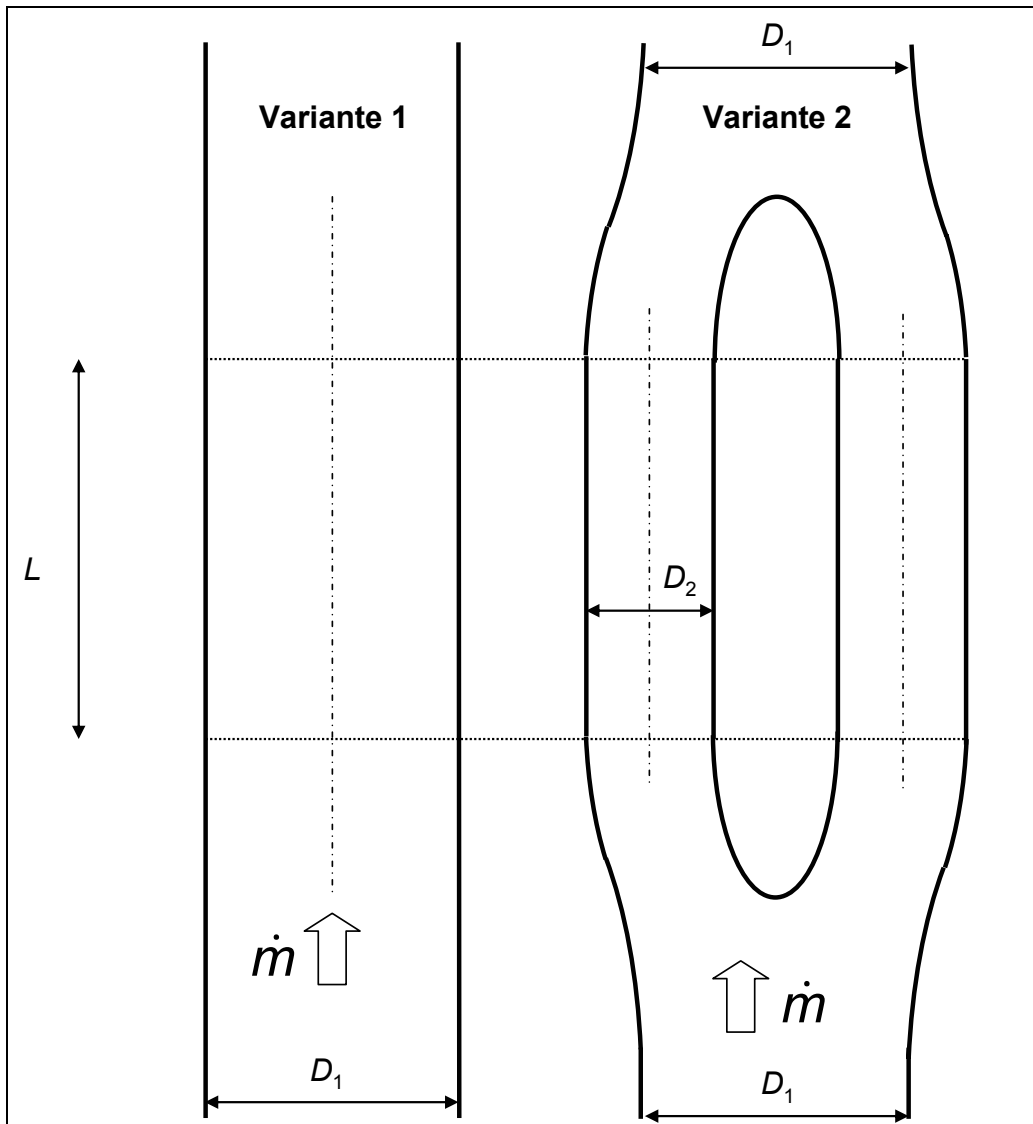


Abbildung 6

## Aufgabe 3.) 23Punkte

### 3.1) Laval-Düse (7Punkte)

Abbildung 7 zeigt den Verlauf der Mach-Zahl über der dimensionslosen Länge einer Laval-Düse für verschiedene Umgebungsdrücke  $p_{ui}$  bezogen auf den Ruhedruck  $p_0$ .

Erklären Sie die physikalische Bedeutung des kritischen Druckverhältnisses und kennzeichnen Sie dieses an der rechten Ordinate in Abbildung 7.

Was ist der Zweck einer Laval-Düse und welcher Verlauf entspricht dem Auslegungspunkt der Laval-Düse (Begründung)?

Erklären Sie für die Verläufe 1, 2 und 3 die physikalischen Vorgänge über der gesamten Düse und erläutern Sie insbesondere den Einfluss des entsprechenden Druckverhältnisses.

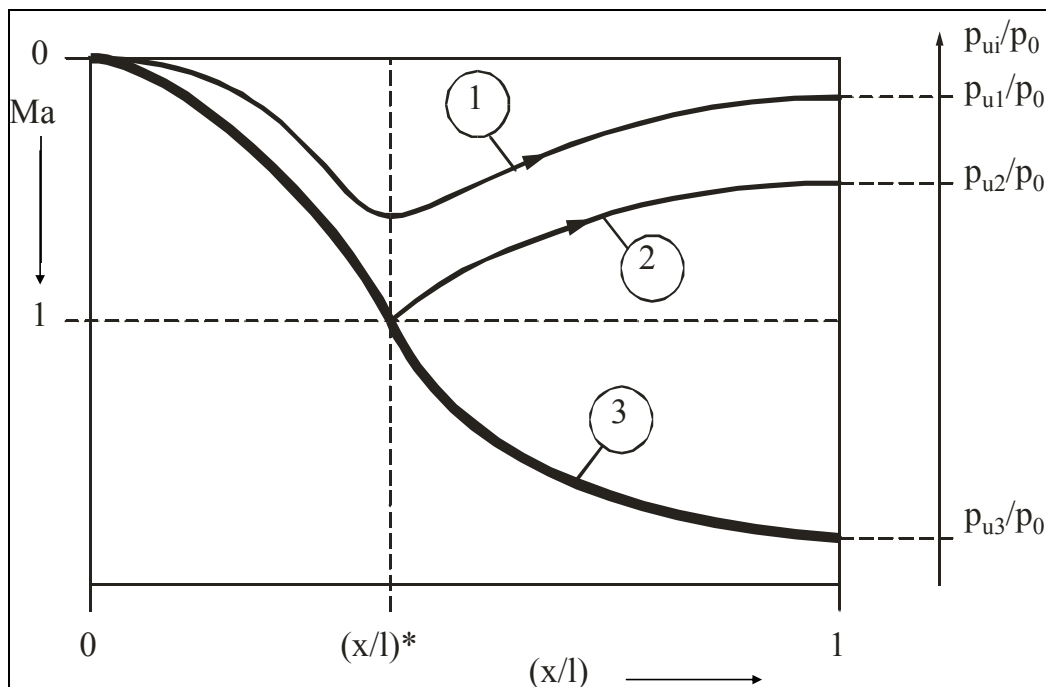


Abbildung 7

Name:

Matrikelnummer:

Gegeben ist ein unendlich großer Behälter nach Abbildung 8. Durch eine Laval-Düse strömt das Fluid in die Umgebung. Das Fluid kann als ideales Gas und die Strömung als isentrop betrachtet werden.

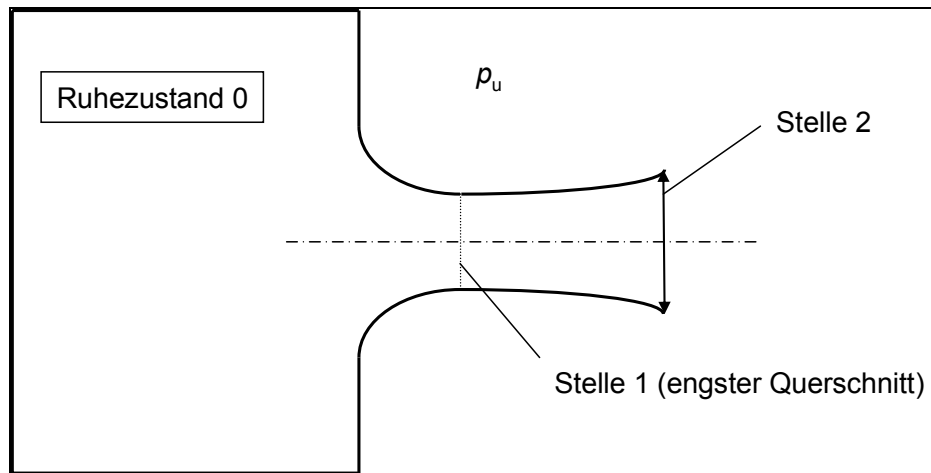


Abbildung 8

### 3.2) Massenstrom (6Punkte)

Berechnen Sie die statische Temperatur, die Geschwindigkeit und den statischen Druck jeweils an der Stelle 1 sowie den Massenstrom, wenn eine Mach-Zahl von 0,8 im engsten Querschnitt vorliegt.

Gegeben:  $\kappa=1,4$ ;  $R=287\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ ;  $T_0=293\text{K}$ ,  $p_0=1,5\text{bar}$ ,  $D_1=0,2\text{m}$

### 3.3) Austrittsfläche (7Punkte)

Am Austritt der Düse wird eine Überschallströmung erzeugt.

Wie groß ist die Mach-Zahl am Austritt der Düse?

Wie groß muss der engste Querschnitt der Düse gewählt werden, damit der Massenstrom  $\dot{m}$  durchgesetzt werden kann?

Gegeben:  $\kappa=1,4$ ;  $R=287\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ ;  $p_u=1\text{bar}$ ;  $p_0=3\text{bar}$ ,  $T_0=293\text{K}$ ;  $\dot{m} = 70 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$

### 3.4) Haltekraft (3Punkte)

Die gesamte Konstruktion (Behälter und Düse) wird über mehrere Halterungen am Boden befestigt. Jede Halterung kann eine maximale horizontale Haltekraft von 10kN aushalten.

Wie viele Halterungen sind mindestens notwendig, damit die jeweilige maximale Haltekraft je Halterung nicht überschritten wird?

Gegeben:  $c_2=320\text{m/s}$ ;  $p_u=1\text{bar}$ ;  $T_2=317\text{K}$ ;  $D_2=0,5\text{m}$ ;  $R=287\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ ;  $F_{\text{Halte}}=10\text{kN}$



**Name:**

**Matrikelnummer:**

# Musterlösungen der Klausur

## Strömungsmechanik I - Herbst 06

### Kurzaufgaben

#### Kurzaufgabe 1a.)

$$c_w = \frac{F_w}{\frac{\rho}{2} \cdot c_\infty^2 \cdot A}$$

$$dF_w = 2 \cdot c_w \cdot \frac{\rho}{2} \cdot c_\infty^2(r) \cdot \underbrace{B \cdot dr}_{dA} \quad \text{mit } c_\infty(r) = \omega \cdot r, \quad r \text{ ist die radiale Koordinate, Faktor 2 für}$$

zwei Rotoren

$$dF_w = c_w \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r^2 \cdot B \cdot dr \quad \int$$

$$F_w = c_w \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot B \cdot \int_0^L r^2 \cdot dr$$

$$F_w = c_w \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot B \cdot \left[ \frac{1}{3} \cdot r^3 + C \right]_0^L$$

$$F_w = c_w \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot B \cdot \frac{1}{3} \cdot L^3$$

#### Kurzaufgabe 1b.)

Bernoulli von Oberfläche Trichter bis zum Austritt des Trichters

$$p_0 + \rho \cdot \frac{c_0^2}{2} + \rho \cdot g \cdot (H+L) = p_1 + \rho \cdot \frac{c_1^2}{2} + \Delta p_v \quad \text{mit } p_1 = p_0 \text{ und } c_0 = 0$$

$$\rho \cdot g \cdot (H+L) = \rho \cdot \frac{c_1^2}{2} + \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \rho \cdot \frac{c_1^2}{2} \quad \text{mit } \Delta p_v = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \rho \cdot \frac{c_1^2}{2}$$

$$\rho \cdot g \cdot (H+L) = \rho \cdot \frac{c_1^2}{2} + \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \rho \cdot \frac{c_1^2}{2}$$

$$c_1^2 = 2 \cdot \frac{g \cdot (H+L)}{\left(1 + \lambda \cdot \frac{L}{D}\right)}$$

Name:

Matrikelnummer:

$$c_1 = \sqrt{2 \cdot \frac{9,81 \frac{m}{s^2} \cdot (0,05m + 0,2m)}{\left(1 + 2 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{0,2m}{0,01m}\right)}} = 1,87 \frac{m}{s}$$

$$\dot{V}_{zu} = \frac{\pi}{4} \cdot D^2 \cdot c_1$$

$$\dot{V}_{zu} = \frac{\pi}{4} \cdot (0,01m)^2 \cdot 1,87 \frac{m}{s}$$

$$\dot{V}_{zu} = 1,47 \cdot 10^{-4} \frac{m^3}{s} \left( = 0,147 \frac{L}{s} \right)$$

### Kurzaufgabe 1c.)

Impulssatz mit einer nach hinten gerichteten Haltekraft  $F$

$$0 = F + \dot{m} \cdot w_{Flugzeug} - \dot{m} \cdot 0,2 \cdot w_{Kern} - \dot{m} \cdot 0,8 \cdot w_{Mantel}$$

Bestimmung des Massenstroms am Eintritt in das Triebwerk

$$\dot{m} = A_{ein} \cdot w_{Flugzeug} \cdot \rho_U$$

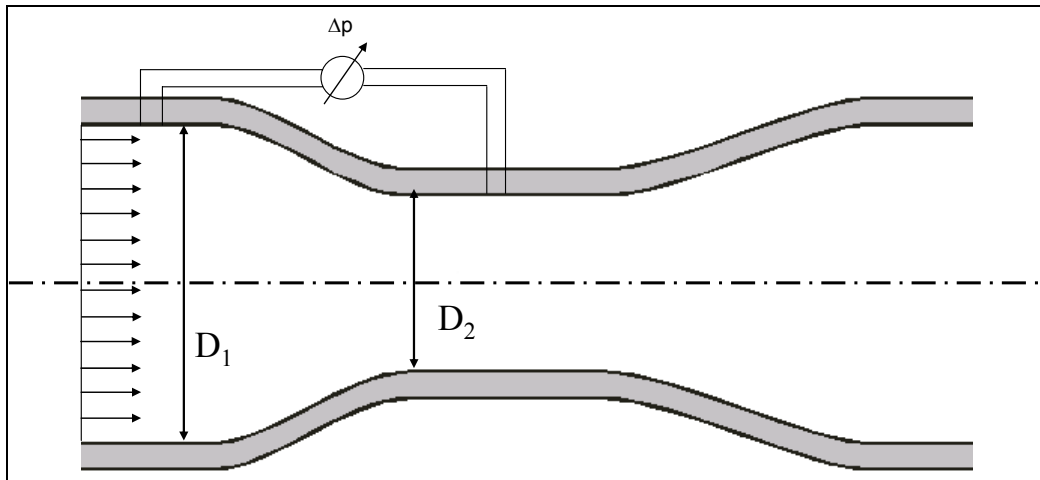
$$\dot{m} = \frac{\pi}{4} \cdot (1,8m)^2 \cdot \frac{900 \frac{m}{s}}{3,6 \frac{m^3}{s}} \cdot 0,475 \frac{kg}{m^3} = 302,18 \frac{kg}{s}$$

$$\dot{m} = 302,18 \frac{kg}{s}$$

$$F = \dot{m} \cdot (0,2 \cdot w_{Kern} + 0,8 \cdot w_{Mantel} - w_{Flugzeug})$$

$$F = 302,18 \frac{kg}{s} \cdot \left( 0,2 \cdot 320 \frac{m}{s} + 0,8 \cdot 280 \frac{m}{s} - \frac{900 \frac{m}{s}}{3,6 \frac{m^3}{s}} \right)$$

$$F = 11482,84N (= 11,48kN)$$

**Aufgabe 2.)****2.1) Venturi-Düse**

Konti an 1 und 2

$$\dot{m} = A_1 \cdot c_1 \cdot \rho = A_2 \cdot c_2 \cdot \rho$$

$$A_1 \cdot c_1 = A_2 \cdot c_2$$

$$c_1^2 = \frac{A_2^2}{A_1^2} \cdot c_2^2$$

Bernoulli reibungsfrei von 1 nach 2

$$p_1 + \rho \cdot \frac{c_1^2}{2} = p_2 + \rho \cdot \frac{c_2^2}{2}$$

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2} \cdot (c_2^2 - c_1^2)$$

$$p_1 - p_2 = \Delta p \text{ und Konti}$$

$$\Delta p = \frac{\rho}{2} \cdot \left( c_2^2 - \frac{A_2^2}{A_1^2} \cdot c_2^2 \right)$$

$$c_2^2 \cdot \left( 1 - \frac{A_2^2}{A_1^2} \right) = \frac{2 \cdot \Delta p}{\rho}$$

$$c_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\left( 1 - \frac{D_2^4}{D_1^4} \right) \cdot \rho}}$$

$$\dot{m} = \rho \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D_2^2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\left( 1 - \frac{D_2^4}{D_1^4} \right) \cdot \rho}}$$

Name:

Matrikelnummer:

$$\dot{m} = \frac{\pi}{4} \cdot D_2^2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \rho \cdot \Delta p}{\left(1 - \frac{D_2^4}{D_1^4}\right)}}$$

## 2.2) Leistung der Pumpe

Bernoulli von Anschlussstelle bis Austritt Ebene 1

$$\left\{ \frac{p_{\text{Anschluss, statisch}} + \rho \cdot \frac{c_{\text{Anschluss}}^2}{2} = p_{\text{Anschluss, tot}}}{\rho} \right\} + \frac{P_{1,2}}{\dot{m}} = \frac{p_1}{\rho} + \frac{c_1^2}{2} + g \cdot H_1$$

$$P_{1,2} = \dot{m} \cdot \left( \frac{p_1}{\rho} + \frac{c_1^2}{2} + g \cdot H_1 - \frac{p_{\text{Anschluss, tot}}}{\rho} \right)$$

Konti:

$$\dot{m} = A_1 \cdot c_1 \cdot \rho$$

$$c_1 = \frac{\dot{m}}{\rho \cdot A_1}$$

$$c_1 = \frac{10 \frac{\text{kg}}{\text{s}}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \pi \cdot \frac{D^2}{4}} = 1,27 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$P_{1,2} = 10 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot \left( \frac{10^5 \text{ Pa}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} + \frac{\left(1,27 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2} + 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 30 \text{ m} - \frac{3 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \right)$$

$$P_{1,2} = 951,06 \text{ W}$$

$$P_{1,2, \text{ elektrisch}} = \frac{951,06 \text{ W}}{0,8} = 1188,83 \text{ W}$$

## 2.3) Reibung der Rohre

Variante 1:

$$\dot{m} = A_1 \cdot c_{,m1} \cdot \rho$$

$$c_{1,m} = \frac{\dot{m}}{\rho \cdot A_1} = \frac{8 \frac{\text{kg}}{\text{s}}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \pi \cdot \frac{(0,1 \text{ m})^2}{4}}$$

Name:

Matrikelnummer:

$$c_{1,m} = 1,02 \frac{m}{s}$$

$$Re_1 = \frac{c_{1,m} \cdot D_1}{\nu}$$

$$Re_1 = \frac{1,02 \frac{m}{s} \cdot 0,1m}{10^{-6} \frac{m^2}{s}} = 1,02 \cdot 10^5$$

Strömung ist damit vollturbulent

$$\frac{k_s}{D_1} = \frac{10^{-3} m}{0,1m} = 10^{-2}$$

Aus Moody-Diagramm folgt:

$$\lambda_1 = 0,039$$

$$\Delta p_{v,1} = \lambda_1 \cdot \frac{L}{D_1} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot c_{1,m}^2$$

$$\Delta p_{v,1} = 0,039 \cdot \frac{30m}{0,1m} \cdot \frac{1000 \frac{kg}{m^3}}{2} \cdot \left(1,02 \frac{m}{s}\right)^2$$

$$\Delta p_{v,1} = 6086,34 Pa$$

Verlustleistung der Pumpe:

$$P_1 = \dot{V} \cdot \Delta p_{v,1}$$

$$P_1 = \frac{8 \frac{kg}{s}}{1000 \frac{kg}{m^3}} \cdot 6086,34 Pa$$

$$P_1 = 48,69 W$$

Variante 2:

$0,5 \cdot \dot{m} = A_2 \cdot c_{2,m} \cdot \rho$ , da pro Rohr nur der halbe Massenstrom durchgesetzt wird, muss der Faktor 0,5 berücksichtigt werden

$$c_{2,m} = \frac{0,5 \cdot \dot{m}}{\rho \cdot A_2} = \frac{0,5 \cdot 8 \frac{kg}{s}}{1000 \frac{kg}{m^3} \cdot \pi \cdot \frac{(0,05m)^2}{4}}$$

$$c_{2,m} = 2,04 \frac{m}{s}$$

Name:

Matrikelnummer:

$$\text{Re}_2 = \frac{c_{2,m} \cdot D_2}{\nu}$$

$$\text{Re}_2 = \frac{2,04 \frac{m}{s} \cdot 0,05m}{10^{-6} \frac{m^2}{s}} = 1,02 \cdot 10^5$$

Strömung ist damit vollturbulent

$$\frac{k_s}{D_2} = \frac{10^{-3}m}{0,05m} = 2 \cdot 10^{-2}$$

Aus Moody-Diagramm folgt:

$$\lambda_2 = 0,05$$

$$\Delta p_{v,2} = \lambda_1 \cdot \frac{L}{D_1} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot c_{2,m}^2$$

$$\Delta p_{v,2} = 0,05 \cdot \frac{30m}{0,05m} \cdot \frac{1000 \frac{kg}{m^3}}{2} \cdot \left(2,04 \frac{m}{s}\right)^2$$

$$\Delta p_{v,1} = 62424Pa$$

Verlustleistung der Pumpe:

$$P_2 = \dot{V} \cdot \Delta p_{v,2}$$

$$P_2 = 2 \cdot \frac{4 \frac{kg}{s}}{1000 \frac{kg}{m^3}} \cdot 62424Pa$$

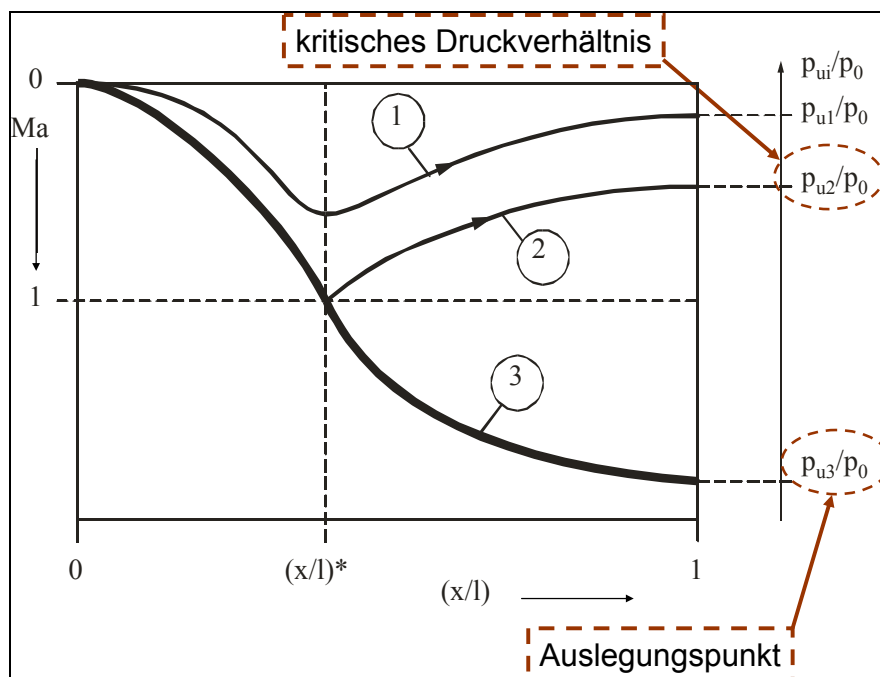
$$P_1 = 499,39W$$

## Aufgabe 3.)

### 3.1) Kritisches Druckverhältnis und Verläufe erklären

Das kritische Druckverhältnis ist das Druckverhältnis zwischen Aus- und Eintrittsdruck bei dem im engsten Querschnitt gerade Schallgeschwindigkeit erreicht wird.

Eine Laval-Düse dient zum Erzeugen von Überschallströmungen am Austritt der Düse. Verlauf 3 entspricht dem Auslegungspunkt der Laval-Düse. Der statische Druck sinkt kontinuierlich bis zum Austritt und erreicht dort den Umgebungsdruck. Die Strömung tritt mit Überschall aus der Düse aus. Es sind keine **Unstetigkeiten** im Verlauf der Mach-Zahl vorhanden (kein Stoß und keine Nachexpansion).



1.)

- beschleunigte Unterschallströmung bis zum engsten Querschnitt
- $Ma < 1$  im engsten Querschnitt
- verzögerte Unterschallströmung ab dem engsten Querschnitt bis zum Austritt
- Das Druckverhältnis ist unterkritisch. Damit ist keine Schallgeschwindigkeit möglich.

2.)

- beschleunigte Unterschallströmung bis zum engsten Querschnitt
- $Ma = 1$  im engsten Querschnitt



Name:

Matrikelnummer:

- verzögerte Unterschallströmung ab dem engsten Querschnitt bis zum Austritt
- Das Druckverhältnis entspricht dem kritischen Druckverhältnis

3.)

- beschleunigte Unterschallströmung bis zum engsten Querschnitt
- $Ma=1$  im engsten Querschnitt
- Beschleunigung der Strömung auf Überschall  $Ma>1$
- Das Druckverhältnis ist überkritisch.

### 3.2) Unterschallströmung mit $Ma_1=0,8$

Berechnung der statischen Temperatur an der Stelle 1

$$\frac{T_0}{T_1} = 1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot Ma_1^2$$

$$T_1 = \frac{T_0}{1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot Ma_1^2} = \frac{293K}{1 + \frac{1,4 - 1}{2} \cdot 0,8^2}$$

$$T_1 = 259,75K$$

Berechnung der Geschwindigkeit an der Stelle 1

$$Ma = \frac{c_1}{a_1} = 0,8, \quad a = \sqrt{\kappa \cdot R \cdot T_1}$$

$$c_1 = 0,8 \cdot \sqrt{1,4 \cdot 287 \frac{J}{kg \cdot K} \cdot 259,75K} = 258,45 \frac{m}{s}$$

Berechnung von  $p_1$ :

$$\frac{p_0}{p_1} = \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} Ma_1^2\right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}$$

$$p_1 = \frac{p_0}{\left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot Ma_1^2\right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}}$$

$$p_1 = \frac{1,5 \cdot 10^5 Pa}{\left(1 + \frac{1,4 - 1}{2} \cdot 0,8^2\right)^{\frac{1,4}{1,4 - 1}}}$$

$$p_1 = 98403 Pa$$

Name:

Matrikelnummer:

Berechnung des Massenstromes

$$\dot{m} = c_1 \cdot A_1 \cdot \rho_1$$

$$\rho_1 = \frac{p_1}{R \cdot T_1}$$

$$\rho_1 = \frac{98403 \text{ Pa}}{287 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 259,75 \text{ K}}$$

$$\rho_1 = 1,32 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\dot{m} = 258,45 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{\pi}{4} (0,2 \text{ m})^2 \cdot 1,32 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\dot{m} = 10,72 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

### 3.3) Überschallströmung

Berechnung der Mach-Zahl am Austritt der Düse

$$\frac{p_0}{p_2} = \left( 1 + \frac{\kappa - 1}{2} \text{Ma}_2^2 \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}$$

$$\text{Ma}_2 = \sqrt{\frac{2}{\kappa - 1} \cdot \left[ \left( \frac{p_0}{p_2} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1 \right]}$$

$$\text{Ma}_2 = \sqrt{\frac{2}{1,4 - 1} \cdot \left[ \left( \frac{3}{1} \right)^{\frac{1,4 - 1}{1,4}} - 1 \right]}$$

$$\text{Ma}_2 = 1,36$$

Berechnung der statischen Temperatur am engsten Querschnitt:

$$\frac{T_0}{T^*} = 1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot \text{Ma}^{*2} \quad \text{mit } \text{Ma}^* = 1$$

$$T^* = \frac{T_0}{\frac{\kappa + 1}{2}} = \frac{294 \text{ K}}{\left( \frac{1,4 + 1}{2} \right)} = 245 \text{ K}$$

Berechnung der Geschwindigkeit am engsten Querschnitt

$$c^* = \text{Ma}^* \cdot \sqrt{\kappa \cdot R \cdot T^*}$$

Name:

Matrikelnummer:

$$c^* = 1 \cdot \sqrt{1,4 \cdot 287 \frac{J}{kg \cdot K} \cdot 245K}$$

$$c^* = 313,75 \frac{m}{s}$$

Berechnung des Druckes am engsten Querschnitt:

$$\frac{p_0}{p^*} = \left( \frac{\kappa + 1}{2} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}$$

$$p^* = \frac{p_0}{\left( \frac{\kappa + 1}{2} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}}$$

$$p^* = \frac{3 \cdot 10^5 Pa}{\left( \frac{1,4 + 1}{2} \right)^{\frac{1,4}{1,4 - 1}}}$$

$$p^* = 158484 Pa$$

Berechnung von  $\rho^*$

$$\rho^* = \frac{p^*}{R \cdot T^*}$$

$$\rho^* = \frac{158484 Pa}{287 \frac{J}{kg \cdot K} \cdot 245K}$$

$$\rho^* = 2,25 \frac{kg}{m^3}$$

Berechnung der Fläche am engsten Querschnitt

$$A^* = \frac{\dot{m}}{c_2 \cdot \rho_2}$$

$$A^* = \frac{70 \frac{kg}{s}}{313,75 \frac{m}{s} \cdot 2,25 \frac{kg}{m^3}}$$

$$A^* = 0,1 m^2$$

### 3.4) Haltekraft

Nur der Impuls des austretenden Massenstroms muss berücksichtigt werden. Der Umgebungsdruck hat keine resultierende Komponente.

Name:

Matrikelnummer:

$$F_{\text{gesamt}} = \rho_2 \cdot A_2 \cdot c_2^2$$

$$\rho_2 = \frac{p_2 = p_u}{R \cdot T_2}$$

$$\rho_2 = \frac{10^5 \text{ Pa}}{287 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 317 \text{ K}}$$

$$\rho_2 = 1,09 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$F_{\text{gesamt}} = 1,09 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (0,5 \text{ m})^2 \cdot \left(320 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2$$

$$F_{\text{gesamt}} = 21915,75 \text{ N}$$

$$\text{Anzahl}_{\text{Halterungen}} = \frac{21915,75 \text{ N}}{10 \text{ kN}} = 2,2$$

Es sind also 3 Halterungen notwendig.