Leibniz Universität Hannover
Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik

Klausur

Strömungsmechanik 1

Herbst 2011

16. August 2011, Beginn 15:30 Uhr

Lösung

Prüfungszeit: 90 Minuten

Zugelassene Hilfsmittel sind:

- Taschenrechner (nicht programmierbar)
- TFD-Formelsammlung (ohne handschriftliche Ergänzungen)
- Lineal und Schreibmaterial (nur dokumentenecht, => keinen Bleistift verwenden, kein TIPP-Ex)
- mitgebrachtes Papier

Andere Hilfsmittel, insbesondere:

- Alte Klausuren
- Übungen der Vorlesung
- Handy, Laptop, Fachbücher, programmierbarer Taschenrechner

sind **nicht zugelassen**.

weitere Hinweise:
Ergebnisse sind durch einen Rechenweg zu begründen und nur mit einer Einheit richtig. Die zu verwendenden Indizes sind (soweit gegeben) den Skizzen zu entnehmen, ansonsten in die Skizzen einzutragen.

Aufgabe	Punkte
1. Kurzaufgaben	14
2. Kompressible Strömungen	25
3. Inkompressible Strömungen	21
Gesamt	60

Name, Vorname: ....

Matrikelnummer: ....

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg!

Prof. J. Seume
V. Köpplin, H. von Seggern

!!Alle Aufgabenteile (X.X) sind unabhängig voneinander lösbar!!

1. Kurzaufgaben (14 Punkte)

Hinweis: Die Ergebnisse mit Einheit der Kurzaufgaben sind in die dafür vorgesehenen Kästen einzutragen. Es gibt bei Kurzaufgaben keine Punkte auf den Rechenweg. Lösungen auf Zetteln werden nicht bewertet!

1.1. Multiple-Choice (4 Punkte)

Kreuzen Sie richtige Aussagen an. Es können pro Frage mehrere Antworten richtig sein.
(nur vollständig richtig beantwortete Fragen werden gewertet)

Stromlinien in einem Strömungsfeld

- [ ] ... werden von den Fluidteilchen durchquert.
- [ ] ...verlaufen immer parallel zu den Bahnlinien des Teilchens.
- [x] ... begrenzen eine Stromröhre.
- [x] ... dienen der Charakterisierung des Geschwindigkeitsfeldes der Strömung.

Eine turbulente Strömung über eine ebene Platte

- [x] ... hat eine größere Grenzschichtdicke als eine laminare Strömung, gemessen an gleicher Position bei identischen Zuströmbedingungen.
- [x] ... unterliegt stochastischen Schwankungen.
- [ ] ... ist stationär.
- [ ] ... löst im Vergleich zu einer laminaren Strömung eher ab.

Die Oberflächenspannung σ

- [ ] ... definiert die Scherspannung an einer Phasengrenze.
- [x] ... gibt die Druckdifferenz zwischen zwei Phasen an.
- [x] ... ist eine Materialeigenschaft eines Fluids.
- [x] ...wird nicht durch Gravitation beeinflusst.

Venturidüsen

- [x] ... werden zur Massenstrombestimmung genutzt.
- [x] ... geben statische Druckdifferenzen an.
- [ ] ... können ausschließlich für inkompressible Medien verwendet werden.
- [ ] ...Zur Durchführung von Messungen sind mindestens drei Druckbohrungen notwendig.

1.2. Nicht-Newton`sches Fluid (7 Punkte)

Durch ein senkrecht stehendes Rohr der Länge L und dem Durchmesser D fließt ein nicht-Newton`sches Fluid.

Die Drücke am Ein- und Austritt sind über die jeweilige Fläche konstant. Das Geschwindigkeitsprofil im Rohr ist über die ganze Länge ausgebildet. Das in Abbildung 1 dargestellte Geschwindigkeitsprofil lässt sich durch die Funktion

$$u(r) = u_{max} \cdot \left[1 - \left(\frac{2r}{D}\right)^3\right]$$

darstellen.

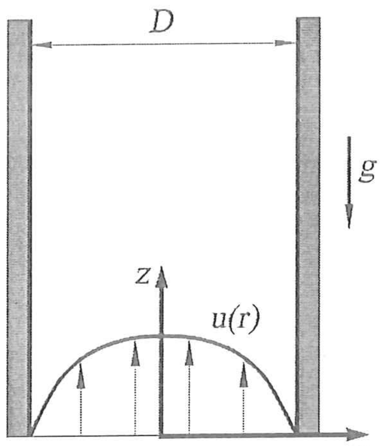


Abbildung 1: Rohrströmung nicht-Newton'sches Fluid

Das Scherverhalten des nicht-Newton`schen Fluids lässt sich durch folgende Beziehung darstellen:

$$\tau = \left(\eta_0 + \frac{K}{\sqrt{\left|\frac{du}{dr}\right|}}\right) \cdot \frac{du}{dr}$$

Ordnen Sie die in Abbildung 2 dargestellten Fließfunktionen den entsprechenden Flüssigkeiten zu.

Bingham Flüssigkeit	1
Scherdickende/dilatante Flüssigkeit	4
Newtonsche Flüssigkeit	3
Scherdünnende/pseudoplastische Flüssigkeit	2

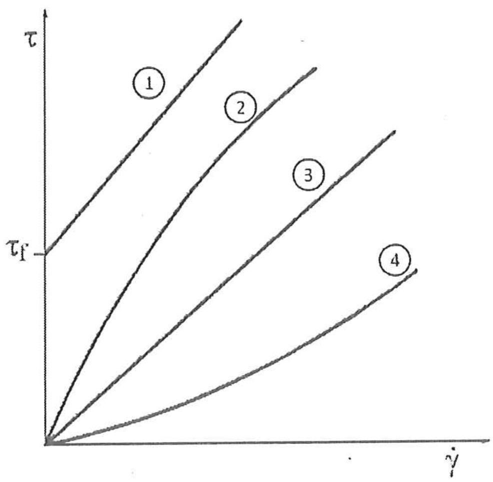


Abbildung 2: Fließfunktionen

Um welche Art der Flüssigkeit handelt es sich bei dem im Rohr fließenden Fluid?

pseudoplastische Flüssigkeit

Wie große ist die Reibungskraft an der Rohrwand für die gegebenen Randbedingungen?
Geg: $D = 0{,}4\,m$, $L = 5\,m$, $u_{max} = 0{,}5\;m/s$, $\eta_0 = 9 \cdot 10^{-4}\;Ns/m^2$, $K = 0{,}002\;N\sqrt{s}/m^2$

$F_R =$ 0,0565 [N]

1.3 Bewegtes Rohr (3 Punkte)

Aus einer Düse tritt ein Wasserstrahl mit der Geschwindigkeit c_D aus und trifft zur Hälfte auf ein Rohr (Abbildung 3). Das Rohr weist einen konstanten Querschnitt A auf und bewegt sich mit einer konstanten Geschwindigkeit c_R.

Bestimmen Sie den austretenden Massenstrom $\dot{m}$.

Gegeben:

$c_D = 45\ \frac{m}{s}$ $c_R = 30\ \frac{m}{s}$ $A = 0{,}003\ m^2$

$\rho_W = 1000\ \frac{kg}{m^3}$

$\dot{m} =$ 45 [$\frac{kg}{s}$]

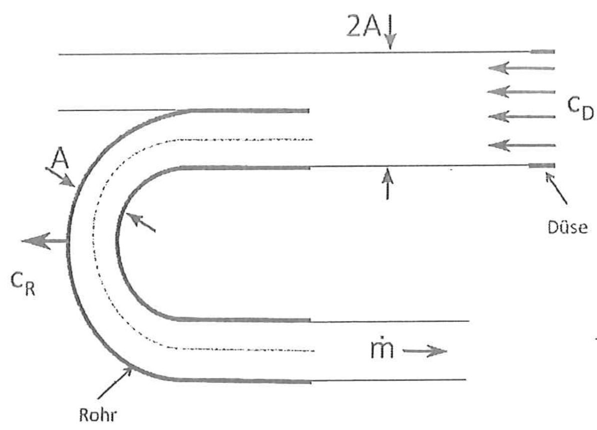


Abbildung 3: Umlenkung in einem bewegten Rohr

2. Scheibenwaschanlage (25 Punkte)

Die Tochterfirma eines Automobilherstellers ist damit beauftragt worden die Scheibenwaschanlage für ein neues Automodell anzupassen. Eine schematische Skizze der Scheibenwaschanlage ist Abbildung 4 zu entnehmen. Dabei kennzeichnen Position 1 en Zulauf des Behälters der Scheibnwaschanlage, Position 2 einen Überlauf, Position 3 die Wasseroberfläche und Position 4 die Düse. Das Wasser wird durch eine Pumpe mit einem Wirkungsgrad von η_P gefördert. In der Umgebung herrscht der Umgebungsdruck p_U.

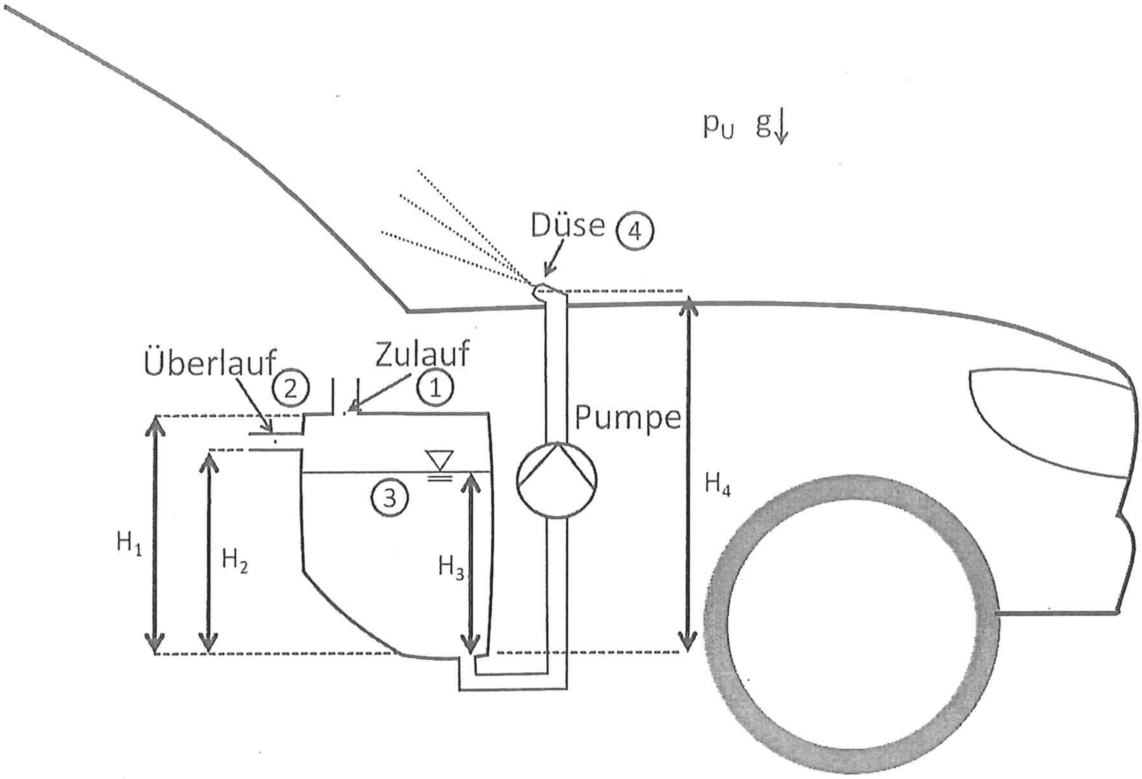


Abbildung 4: Scheibenwaschanlage eines Autos (Skizze)

Anmerkung:

Die zu verwendenden Indizes sind (soweit gegeben) den Skizzen zu entnehmen, ansonsten in die Skizzen einzutragen.

Annahmen:

Das Wasser kann als inkompressibles Fluid angesehen werden. Verluste, die durch Umlenken der Strömung sowie Ein- und Austrittsverluste sind zu vernachlässigen.

Gegeben für alle Aufgabenteile:

$\rho_W = 1000\ kg/m^3$; $g = 9{,}81\ m/s^2$; $p_u = 10^5\ Pa$

2.1. Überlauf (5 Punkte)

Um das Nachfüllen des Wasserbehälters zu minimieren, soll Regenwasser zum Befüllen verwendet werden. Damit das Regenwasser nicht immer den Motorraum flutet, soll der Behälter mit einem Überlauf (Position 2) versehen werden. Bei Regen, stellt sich im Zulauf (Position 1) ein Volumenstrom $\dot{V}$ ein. Wie groß muss die Austrittsfläche des Überlaufs $A_{Überlauf}$ gewählt werden, damit der Behälter für einem konstanten Volumenstrom von $\dot{V}$ eine maximale Füllhöhe H_1 erreicht?

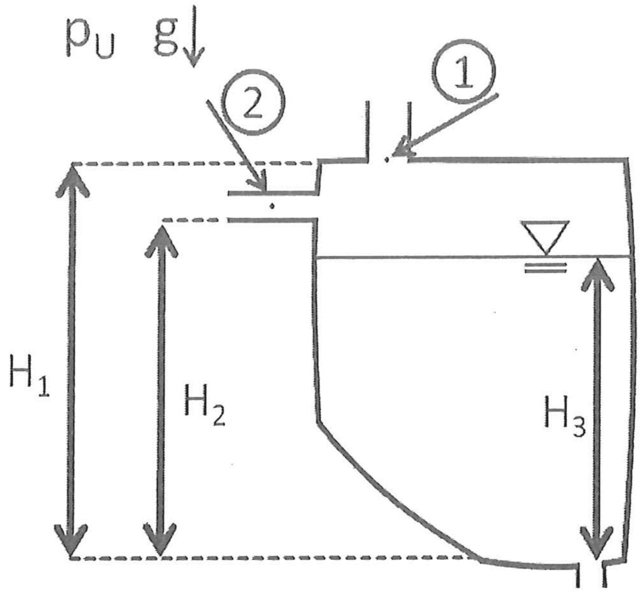


Abbildung 5: Scheibenwaschanlage (Ausschnitt Überlauf)

Gegeben:

$H_1 = 0{,}35$ m; $H_2 = 0{,}3$ m $\dot{V} = 0{,}7\ \frac{l}{s}$

Aufgabe 2.1

gesucht: $A_{\text{überlauf}}$

gegeben:

$H_1 = 0{,}35\ m$

$H_2 = 0{,}3\ m$

$g = 9{,}81\ \frac{m}{s}$

$\dot{V} = 0{,}7\ \frac{l}{s}$

$\rho = 1000\ \frac{kg}{m^3}$

① $A = \frac{\dot{V}}{c}$

$A_{\text{überlauf}} = \frac{\dot{V}}{c_2}$

② Bernoulli von $1 \rightarrow 2$ (ohne Reibungsverluste)

$$\frac{c_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + g \cdot z_1 = \frac{c_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + g \cdot z_2$$

Randbedingungen

$c_1 \mathrel{\hat{=}}$ Wasseroberfläche

$c_1 = 0$, da $\dot{V}_{ein} = \dot{V}_{aus}$

$p_1 = p_2 = p_u$

$z_1 = H_1$

$z_2 = H_2$

$$\Rightarrow \quad c_2 = c_{\text{überlauf}} = \sqrt{2g \cdot (H_1 - H_2)} = 0{,}99\ \frac{m}{s}$$

$$\boxed{A_{\text{überlauf}} = 7{,}07 \cdot 10^{-4}\ m^2}$$

2.2. Pumpenleistung (14 Punkte)

Zur Förderung des Wassers soll nun die Pumpe ausgelegt werden. An der Düse (Position 4) wird vom Hersteller eine mittlere Geschwindigkeit von c_{mD} gefordert. Der Durchmesser der Düse beträgt D_D. Der Schlauch ist l_{ges} lang und weist einen Innendurchmesser von D_s auf. Für eine konservative Auslegung der Pumpe soll eine Verschmutzung des wasserführenden Schlauchs mit einer Sandkornrauheit von k_s berücksichtigt werden. Die zu verwendende Pumpe habe einen Wirkungsgrad von η_P. Strömungsverluste in der Düse sollen vernachlässigt werden.

a. Ist die Strömung im Schlauch laminar oder turbulent?
b. Welcher Druckverlust stellt sich im gesamten Schlauch für den anzunehmenden Fall ein?
c. Welche minimale Antriebsleistung muss der Motor der Pumpe aufweisen, damit der Behälter bis zu einer Füllhöhe von H_3 leergepumpt werden kann?

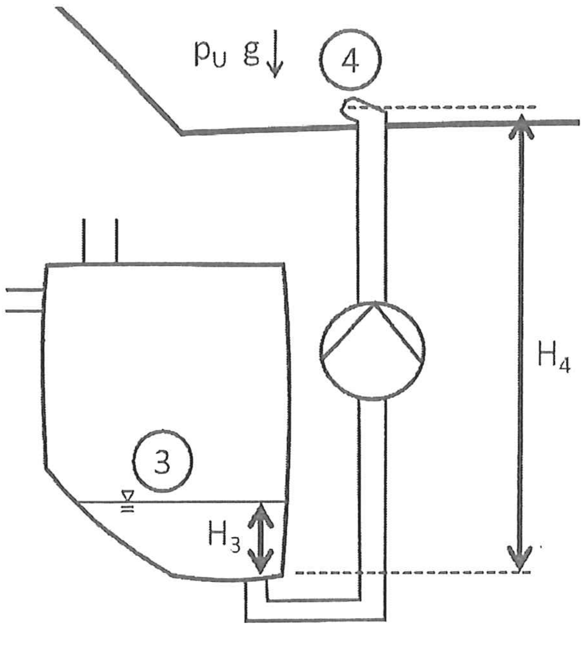


Abbildung 6: Scheibenwaschanlage (Ausschnitt Pumpe)

Gegeben:

$D_D = 1\ mm$ $\quad D_S = 3\ mm$ $\quad l_{ges} = 0{,}7\ m$ $\quad \nu = 0{,}893 \cdot 10^{-6}\ \frac{m^2}{s}$

$c_D = 13{,}4\ \frac{m}{s}$ $\quad k_s = 1{,}2 \cdot 10^{-4}\ m$ $\quad H_3 = 0{,}02\ m$ $\quad H_4 = 0{,}5\ m$

$\eta_P = 0{,}85$

Aufgabe 2.2 a)

a) laminar oder turbulent im Schlauch?

Vorgehen: $\boxed{1.}$ Bestimmen der Reynolds - Zahl im Schlauch

$\boxed{2.}$ Re - Zahl $> 2300 \Rightarrow$ turbulent

$< 2300 \Rightarrow$ laminar

$\boxed{1}$ Re - Zahl

$c_D = 13{,}4 \ \frac{m}{s}$ (Düse)

$$c_S = \frac{A_D}{A_S} \cdot c_D = \frac{d_D^2}{d_S^2} \cdot c_D = 1{,}4883 \ \frac{m}{s}$$

$$Re = \frac{c_S \cdot d_S}{\nu} = 5000$$

$\boxed{2}$ $Re = 5000 > 2300 \Rightarrow$ turbulent

Aufgabe 2.2 b)

Druckverlust im Schlauch.

Vorgehen:

$\boxed{1.}$ Turbulente Rohrströmung → Druckverlust über

$$\Delta p_v = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \bar{c}_m^2 \quad \text{mit } \bar{c}_m = c_s$$

$\boxed{2.}$ λ aus Moody-Diagramm

~~bei Re = 5000 und~~

$$\left.\begin{aligned} \frac{k_s}{d} &= 0{,}04 = 4 \cdot 10^{-2} \\ Re &= 5000 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \lambda = 0{,}07$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta p_v = 18089{,}468 \text{ Pa}}$$

Aufgabe 2.2 c)

gesucht: Pumpleistung

Bernoulli 3 → 4

$$\frac{c_3^2}{2} + \frac{p_3}{\rho} + g \cdot z_3 + \frac{P_{34}}{\rho \cdot \dot{V}} = \frac{c_4^2}{2} + \frac{p_4}{\rho} + g \cdot z_4 + \frac{\Delta p_V}{\rho}$$

Randbedingungen:

$c_3 = 0$ $\qquad c_4 = c_D$

$p_3 = p_4$

$z_3 = H_3$

$z_4 = H_4$

$$P_{34} = \dot{m} \left(\frac{c_D^2}{2} + g \left(H_4 - H_3 \right) + \frac{\Delta p_V}{\rho} \right)$$

mit $\dot{m} = c_D \cdot A_D \cdot \rho = 0{,}0105 \ \frac{kg}{s}$

$P_{34} = 1{,}1821 \ W$

Antriebsleistung des Motors:

$$P_{zi} = \frac{P_{34}}{\eta} = 1{,}391 \ W$$

2.3. Düse (6 Punkte)

Im Folgenden soll nun die Düse der Scheibenwaschanlage näher betrachtet werden, die in Abbildung 7 skizziert ist. Am Düsenquerschnitt mit dem Durchmesser D_D herrscht weiterhin die Geschwindigkeit c_{mD}. Der wasserführende Schlauch weist den Durchmesser D_S auf. Die Düse ist gegenüber der Horizontalen um den Winkel α geneigt. In der Umgebung herrscht der Umgebungsdruck p_U. Der Einfluss der Schwerkraft kann vernachlässigt werden. Die Strömung sei reibungsfrei.

Bestimmen Sie die x- und y-Komponente der auf die Düse wirkenden Kraft. Verwenden Sie dazu das angegebene Koordinatensystem.

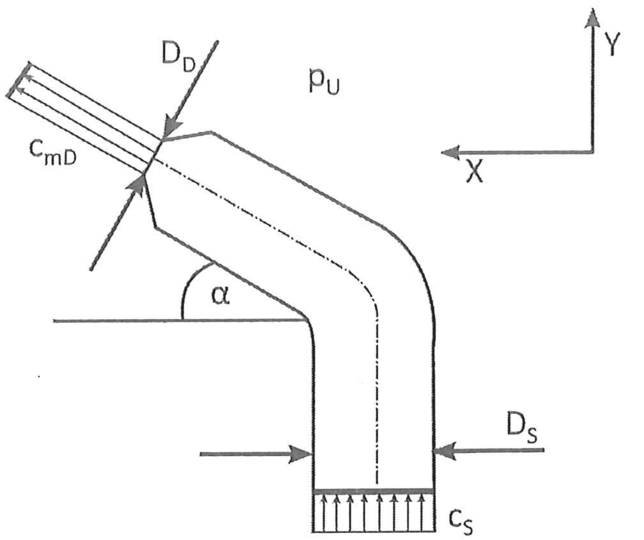
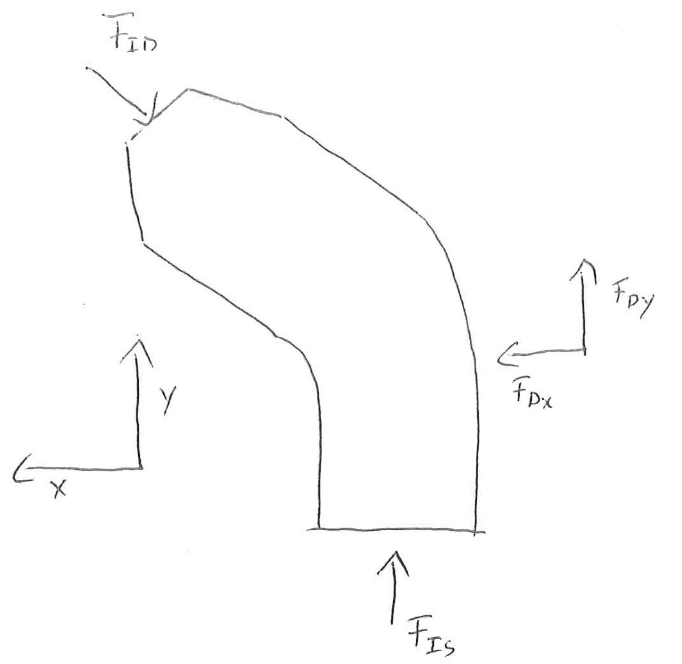


Abbildung 7: Düse der Scheibenwaschanlage

Geg:

$D_D = 1\ mm$ $\qquad$ $c_D = 13{,}4\ \frac{m}{s}$ $\qquad$ $D_s = 3\ mm$ $\qquad$ $\alpha = 15\ °$

Aufgabe 2.3



Impulskräfte:

$F_{ID} = \dot{m}\, c_D$

$F_{IS} = \dot{m}\, c_S$

Druckkräfte:

$F_{Dx} = 0$

$F_{Dy} = (p_S - p_u) \cdot A_S$

$\boxed{1.}$ Bestimmen der Druckkraft F_{Dy}

$A_S = \frac{\pi}{4} d_S^2 = 7{,}069 \cdot 10^{-6}\ m^2$

p_S über Bernoulli $S \rightarrow D$

$$\frac{c_S^2}{2} + \frac{p_S}{\rho} + g \cdot z_S = \frac{c_D^2}{2} + \frac{p_D}{\rho} + g \cdot z_D$$

$c_S = 1{,}4889\ \frac{m}{s}$ (Aufgabe 2.2 oder über $c_S = \frac{A_D}{A_S} c_D$)

$z_S = z_D = 0 \Rightarrow$ Schwerkraft wird vernachlässigt

$p_D = p_u$

$$p_s = \frac{1}{2}\left(c_D^2 - c_s^2\right)\cdot \rho + p_u$$

$$p_s = 188671{,}5854 \text{ Pa}$$

$$\Rightarrow F_{Dy} = (p_s - p_u)\cdot A_s = 0{,}626783 \text{ N}$$

~~Bestimmung von~~

$\boxed{2}$ Bestimmen der auf die Düse wirkenden Kräfte F_x und F_y

$\Rightarrow$ Impulssatz

x-Richtung $(\leftarrow)$ $\quad \Sigma F = 0: \quad 0 = F_{Dx} - \cos\alpha\, F_{ID} + F_x$

y-Richtung $(\uparrow)$ $\quad \Sigma F = 0: \quad 0 = F_{Dy} + F_{IS} - \sin\alpha\, F_{IS} + F_y$

$$\boxed{F_x = 0{,}736 \text{ N}} \qquad \boxed{F_y = -0{,}606 \text{ N}}$$

3. Kompressible

3.1. Wetterballon 5 Pkt

Ein Wetterballon wird am Boden nur zum Teil mit dem Traggas Wasserstoff H_2 gefüllt. Durch das Aufsteigen bläht er sich (Volumenzunahme der Füllung) auf (Abbildung 1). Dadurch wird ein zusätzlicher Auftriebsgewinn erzielt. Am Boden besitzt der Ballon ein Volumen V_0, sein maximales Volumen beträgt V_1 in 12 km Höhe.

Geg. für alle Teilaufgaben: $V_0 = 450\ m^3$ $V_1 = 1400\ m^3$

a) Wie schwer darf die zu hebende Last G_{max} höchstens sein (die Ballonhülle ist ein Teil der Last, jedoch nicht das Traggas), wenn der Wetterballon eine maximale Höhe 12 km in einer Atmosphäre mit der Dichte $\rho_{12km,Luft}$ erreichen soll? Am Boden herrscht ein Luftdruck p_0 und die Dichte $\rho_{0,Luft}$. Der Wasserstoff im Ballon hat am Boden die Dichte $\rho_{H2,0}$.

Geg.: $g = 9{,}81\ m/s^2$ $p_0 = 1{,}013$ bar $\rho_{0,Luft} = 1{,}234\ kg/m^3$,

$\rho_{12km,Luft} = 0{,}316\ kg/m^3$ $\rho_{H2,0} = 0{,}087\ kg/m^3$

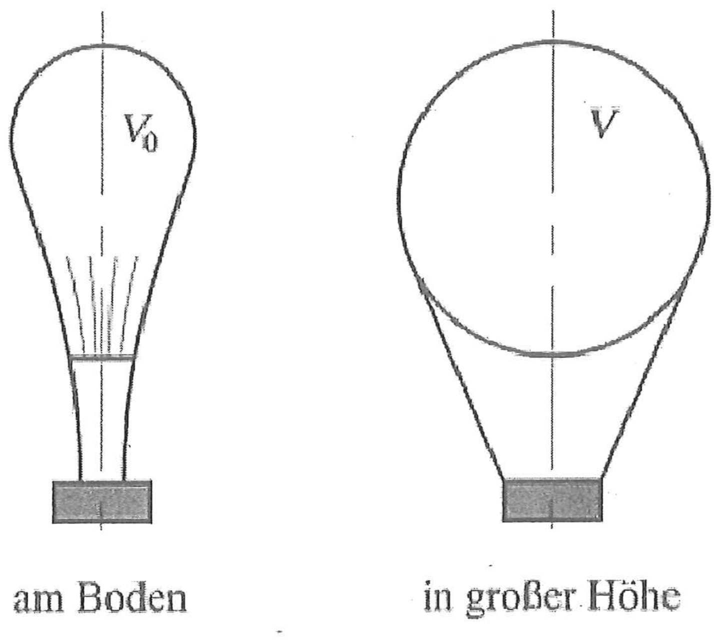


Abbildung 1: Wetterballon

Lösung:

$$F_A = G_{max} + G_{H_2}$$

$$G_{H_2} = m_{H2} \cdot g = \rho_{H2,0} \cdot V_0 \cdot g = 0{,}087 \frac{kg}{m^3} \cdot 450\, m^3 \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} = 384{,}06\, N$$

$$F_A = \rho_{12km} \cdot g \cdot V_1 = 0{,}316 \frac{kg}{m^3} \cdot 1400 m^3 \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} = 4339{,}94\, N$$

$$G_{max} = 3955{,}88\, N$$

b) Beim erreichten maximalen Volumen hat der Wasserstoff die Temperatur und die Druck der Atmosphäre. Es ist die spezifische Gaskonstante R für Luft bekannt. Welcher Druck p_1 herrscht in dem ausgedehnten Ballon für ein gegebenes Temperaturverhältnis T_1/T_0? Es wird der Wasserstoff als ideales Gas angenommen.

gegeben: $\frac{T_1}{T_0} = \mathbf{0,98}$ $\quad$ $\mathbf{R = 287\ m^2/(s^2K)}$

Lösung

Nach Konti-Gleichung gilt m_{H2}= konst:

$$\rho_{H2,1} = \rho_{H2,0} \cdot \frac{V_0}{V_1} = 0{,}87 \frac{kg}{m^3} \cdot \frac{450\ m^3}{1400\ m^3} = 0{,}0279\ kg/m^3$$

$$T_1 = \frac{p_1}{R\, \rho_{H2,1}}$$

$$\frac{T_1}{T_0} = \frac{p_1\, R\, \rho_{H2,0}}{R\, \rho_{H2,1}\, p_0}$$

$$p_1 = \frac{p_0\, \rho_{H2,1}}{\rho_{H2,0}} \cdot \frac{T_1}{T_0} = \frac{1{,}013 \cdot 10^5 Pa \cdot 0{,}0279\ kg/m^3}{0{,}087\ kg/m^3} \cdot 0{,}98 = 0{,}318 \cdot 10^5 Pa$$

4. Überschall-Messstrecke 16 Pkt

Für den Betrieb einer Überschallmessstrecke wird eine Luftströmung unter dem Druck p_1 mit der Temperatur T_1 und der Mach-Zahl Ma_1 durch ein Rohr mit der Querschnittsfläche A_1 geleitet und einer Laval-Düse zugeführt (Abbildung 2). Sie entspannt die Strömung auf den Druck p_2 in der Messstrecke, so dass dort ein homogenes Strömungsfeld mit Überschall vorliegt. Es herrscht die Schallgeschwindigkeit c* im engsten Querschnitt. Die Düsenströmung ist als stationär und isentrop anzunehmen. Die spezifische Gaskonstante für Luft R sowie der Isentropenexponent κ sind bekannt.

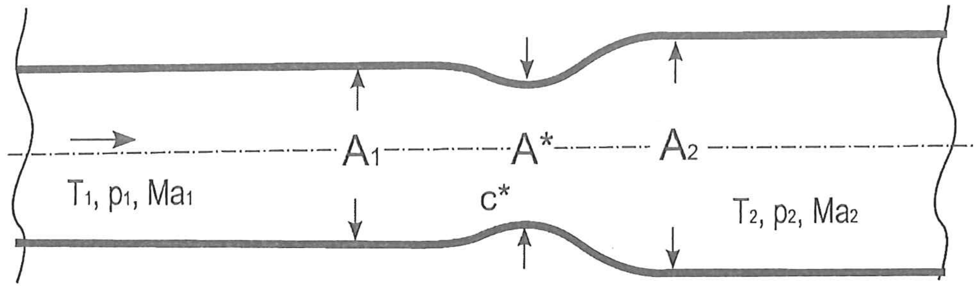


Abbildung 2: Überschallversuchsanlage

Geg.: $c^* = 393$ m/s

$p_1 = 6{,}5$ bar $T_1 = 440$ K $Ma_1 = 0{,}5$ $A_1 = 1{,}6\ 10^{-2}$ m²

$p_2 = 1{,}0$ bar

$R = 287$ m²/ (s² K) $\kappa = 1{,}4$

a) Bestimmen Sie die Mach-Zahl Ma_2 am Düsenaustritt der Messstrecke.

b) Wie groß ist der Massenstrom durch die Messstrecke?

c) Welche Temperatur T_2 stellt sich am Düsenaustritt in Punkt 2 ein? Wie groß muss die Querschnittsfläche A_2 für die gegebenen Bedingungen gewählt werden?

Lösung:

a) für Ma_2 zuerst p_0 bestimmen 4 Pkt

$$p_0 = p_1 \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} Ma_1{}^2\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

$$p_0 = 6{,}5\ bar \left(1 + \frac{1{,}4 - 1}{2} 0{,}5^2\right)^{3{,}5} = 7{,}71\ bar$$

Umformen

$$p_0 = p_2 \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} Ma_2{}^2\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

$$\left(\frac{p_0}{p_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} Ma_2{}^2\right)$$

$$Ma_2 = \sqrt{\left[\left(\frac{p_0}{p_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1\right]\left(\frac{2}{\kappa - 1}\right)} = \sqrt{\left[\left(\frac{7{,}71\ bar}{1\ bar}\right)^{\frac{0{,}4}{1{,}4}} - 1\right] \cdot 5} = \sqrt{3{,}96} = 1{,}99$$

b) Massenstrom 4 Pkt

Ansatz nach Konti-Gleichung, $\dot{m}$ konstant

$$A_1 \rho_1 c_1 = \dot{m}$$

Dichte über ideales Gasgesetz

$$\rho_1 = \frac{\mathrm{p_1}}{\mathrm{T_1 R}} = \frac{6{,}5\ \mathrm{bar}}{440\ \mathrm{K} \cdot 287 \frac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{s^2 K}}} = 5{,}15\ \mathrm{kg/m^3}$$

Schallgeschwindigkeit c1: $c_1 = Ma_1 \cdot \sqrt{\kappa R T_1} = 0{,}5 \sqrt{1{,}4 \cdot 287 \frac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{s^2K}} \cdot 440\ K} = 210 \frac{m}{s}$

Massenstrom ergibt sichzu

$$\dot{m} = 5{,}15 \frac{kg}{m^3} \cdot 210 \frac{m}{s} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-2} m^2 = 17{,}29 \frac{kg}{s}$$

c) Temperatur T_2 und Flächen A_2 8Pkt

Temperatur bestimmen

$$T_0 = T_2 \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} Ma_2{}^2\right)$$

T_0 bei gegebenen c^* ermitteln $\qquad c^* =\cdot \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa+1} R T_0}$

$$T_0 = \frac{c^{*2}}{\frac{2\kappa}{\kappa+1} \cdot R} = \frac{(393 \frac{m}{s})^2}{\frac{2{,}8}{2{,}4} \cdot 287 \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2\mathrm{K}}} = 461{,}27\ K$$

$$T_2 = \frac{T_0}{\left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} {Ma_2}^2\right)} = \frac{461{,}27\ K}{\left(1 + \frac{0{,}4}{2} \cdot 1{,}99^2\right)} = 257{,}4\ K$$

Fläche A_2 durch Ansatz nach Konti-Gleichung (siehe oben)

$$A_2 = \frac{\dot{m}}{\rho_2\, c_2}$$

Schallgeschwindigkeit aus Mach-Zahl berechnen

$$c_2 = Ma_2 \cdot \sqrt{\kappa R T_2} = 1{,}99 \sqrt{1{,}4 \cdot 287 \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2\mathrm{K}} \cdot 257{,}4\ K} = 640 \frac{m}{s}$$

Dichte ersetzen bzw. bestimmen über ideales Gasgesetz

$$\rho_2 = \frac{p_2}{R T_2} = (1{,}36\ kg/m^3)$$

$$A_2 = \frac{\dot{m} R T_2}{p_2\, c_2} = \frac{17{,}29 \frac{kg}{s} \cdot 287 \frac{J}{kg\ K} \cdot 257{,}4\ K}{1 \cdot 10^5\ Pa \cdot 640 \frac{m}{s}} = 1{,}99 \cdot 10^{-2}\ m^2$$