

Klausur Strömungsmechanik 1 Herbst 2012

21. August 2012, Beginn 15:30 Uhr

Prüfungszeit: 90 Minuten

Zugelassene Hilfsmittel sind:

- Taschenrechner (nicht programmierbar)
- TFD-Formelsammlung (ohne handschriftliche Ergänzungen)
- Lineal und Schreibmaterial (nur dokumentenecht, => keinen Bleistift verwenden, kein TIPP-Ex)
- mitgebrachtes Papier

Andere Hilfsmittel, insbesondere:

- alte Klausuren
- Übungen der Vorlesung
- Handy, Laptop, Fachbücher, programmierbarer Taschenrechner

sind nicht zugelassen.

Weitere Hinweise:

Ergebnisse sind durch einen Rechenweg zu begründen und nur mit einer Einheit richtig. Die zu verwendenden Indizes sind (soweit gegeben) den Skizzen zu entnehmen, ansonsten in die Skizzen einzutragen.

Aufgabe	Punkte
1. Kurzaufgaben	16
2. Kompressible Strömungen	15
3. Inkompressible Strömungen	19
Gesamt	50

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg!

Jun.-Prof. K. Mulleners

Y. Z. Chua, B. Drechsel, H. von Seggern

!!Alle Aufgabenteile (X.X) sind unabhängig voneinander lösbar!!

1. Kurzaufgaben (16 Punkte)

Hinweis: Die Ergebnisse der Kurzaufgaben (mit Einheiten) sind in die dafür vorgesehenen Kästen einzutragen. Es gibt bei Kurzaufgaben keine Punkte auf den Rechenweg. Lösungen auf Zetteln werden nicht bewertet!

1.1. Multiple-choice (10 Punkte)

Kreuzen Sie richtige Aussagen an. Es können pro Frage mehrere Antworten richtig sein.
(Nur vollständig richtig beantwortete Fragen werden gewertet.)

Stromröhren

- ...sind normal zu der Strömungsrichtung massedicht.
- ...sind durch Stromlinien begrenzt.
- ...werden vom Fluid mit konstanter Geschwindigkeit durchströmt.
- ...weisen stets einen kreisförmigen Querschnitt auf.

Venturidüsen

- ...werden zur Massenstrombestimmung verwendet.
- ...messen den Totaldruck.
- ...können auch Strömungsgrößen von turbulenten Strömungen genau bestimmen.
- ...geben Druckdifferenzen an.

Kommunizierende Röhren (Archimedes-Prinzip)

- ...werden zur Temperaturmessung verwendet.
- ...weisen untereinander stets dieselben Füllstände auf.
- ...müssen luftdicht sein.
- ...dienen auf See der Navigation.

Scherverhalten von Flüssigkeiten

Fluid A : Fluid A beginnt erst ab einer Mindestschubspannung, der Fließgrenze τ_0 , zu fließen.

Fluid B : Die dynamische Viskosität von Fluid B kann als konstant betrachtet werden.

Fluid C : Bei Fluid C nimmt die Viskosität mit Zunahme der Scherrate ab.

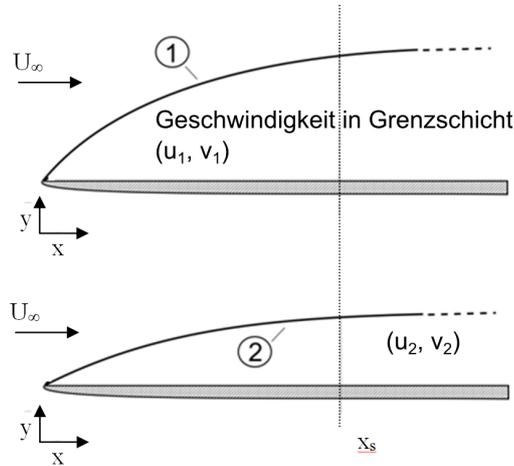
Newton'sches Fluid

dilatantes/scherdünnendes Fluid

Bingham-plastisches Fluid

Laminare Grenzschicht

Die Abbildung zeigt den Verlauf der Grenzschichtdicken zweier unterschiedlicher, laminarer Grenzschichten eines viskosen Mediums auf identischen umströmten, ebenen Platten in einem unendlich ausgedehnten Strömungsfeld. Die Anströmgeschwindigkeiten U_∞ sind in beiden Fällen gleich. Die Indizes entsprechen der Benennung der Grenzschichtprofile.



Auf die oben gezeigten Grenzschichtverläufe können folgende Aussagen zutreffen:

- $\frac{DU_1}{Dy} < \frac{DU_2}{Dy}$ bei Punkt x_s
- $v_1 > v_2$
- $\frac{dp_1}{dx} < \frac{dp_2}{dx}$

Druckverlust und Druckgewinn in divergenten Düsen (Diffusoren)

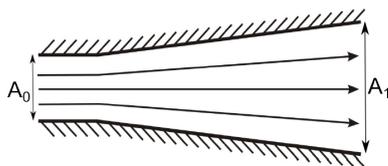


Abb. 1 Diffusor A mit anliegender Strömung

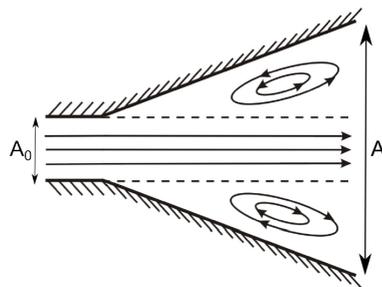
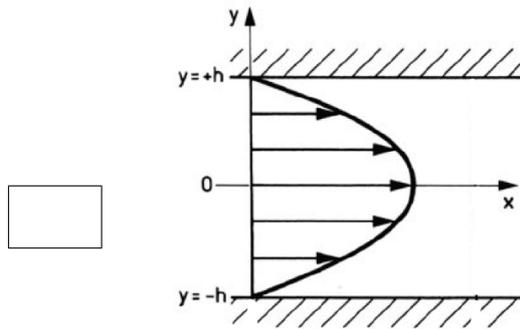


Abb. 2 Diffusor B mit Freistrahlsströmung

- Der Druckverlust in Diffusoren resultiert einzig aus den Wandrauheiten.
- Der Druckverlust in Diffusor A ist niedriger als in Diffusor B.
- Bei konstantem Eingangsmassenstrom ist die Strömungsgeschwindigkeit auf der Mittelachse am Austritt von Diffusor B größer als bei Diffusor A.

Spezielle Lösungen der Navier-Stokesschen Bewegungsgleichung

Ordnen Sie den abgebildeten Strömungsformen(Abb. 3 bis 5) die richtigen Geschwindigkeitsgleichungen zu.



A	$u(y) = u_{max} \left(2\frac{y}{h} - \frac{y^2}{h^2} \right)$
B	$u(y) = \frac{U}{2} \left(1 + \frac{y}{h} \right)$
C	$u(y) = u_{max} \left(1 - \frac{y^2}{h^2} \right)$

Abb. 3 Poiseuille-Strömung

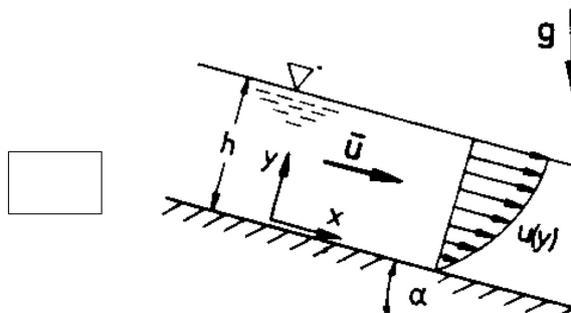


Abb. 4 Laminare Filmströmung an einer geneigten Wand

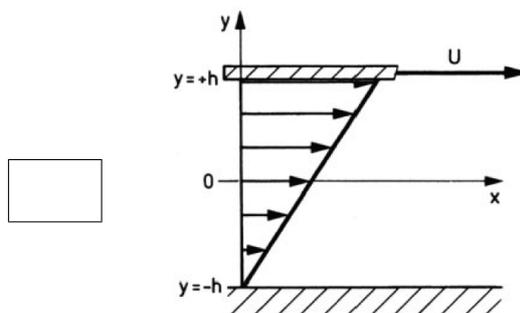


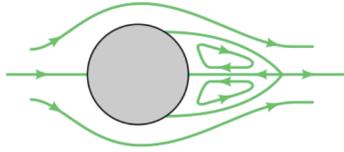
Abb. 5 Couette-Strömung

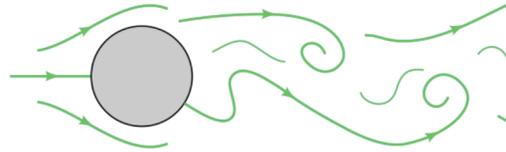
Welche Annahmen werden bezüglich einer 2d-Couette-Strömung getroffen? Kreuzen Sie an!

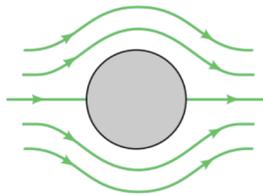
- Die dynamische Viskosität η ist eine Funktion der Lauflänge x .
- Die Geschwindigkeit nimmt linear mit der Fluid-Filmhöhe y zu.
- Der Druck wird im System als konstant angenommen.

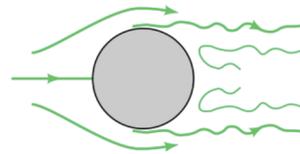
Zylinderumströmung

Ordnen Sie folgenden Strömungsbildern die richtigen Re-Zahlen zu!





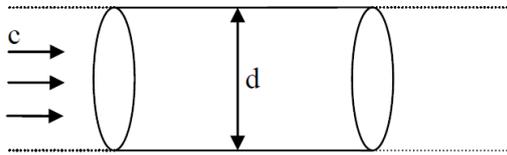




	Reynoldszahl Re
A	10^{-2}
B	20
C	10^2
D	10^6

1.2. Kurzrechenaufgaben (6 Punkte)

Rohrströmung in unendlich langem Rohr



Geg.: $c = 100\text{ m/s}$ $d = 15\text{ mm}$ $\nu = 15 \cdot 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$

(a) Bestimmen Sie die Reynoldszahl

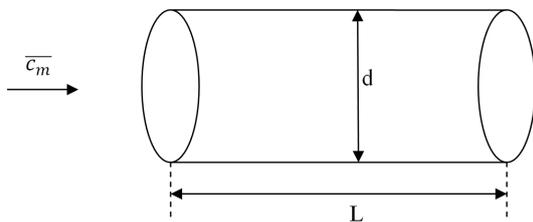
Re =

(b) Geben Sie an, ob die Strömung laminar oder turbulent ist.

- laminar
 turbulent

Druckverlust im geraden Rohr

Bestimmen Sie Re-Zahl, Rohrreibungszahl λ und Druckverlust Δp_v für das dargestellte gerade Rohr.



Geg.: $\bar{c}_m = 30\text{ m/s}$ $L = 1\text{ m}$ $d = 5\text{ cm}$ $\rho = 1,2\text{ kg/m}^3$ $\nu = 15 \cdot 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$ $k_s = 0,05\text{ mm}$
Hinweis: Bestimmen Sie die Rohrreibungszahl mittels des Moody-Diagramms.

Re=	
$\lambda =$	
$\Delta p_v =$	

Pneumatische 3-Lochsonde

Mit Hilfe pneumatischer 3-Loch-Sonden können Strömungsrichtung und -geschwindigkeit in einer Ebene gemessen werden. Hierfür wird die Druckdifferenz bestimmt, die sich über den Bohrungen abhängig vom Anströmwinkel einstellt. Bei folgendem Versuchsaufbau sind die einzelnen Druckbohrungen mit U-Rohren verbunden, wodurch der dort anliegende Totaldruck bezogen auf den Umgebungsdruck bestimmt werden kann.



Abb. 6 Loch-Sonde Vorderansicht

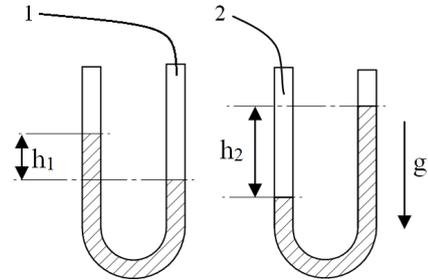


Abb. 7 U-Rohr-Manometer

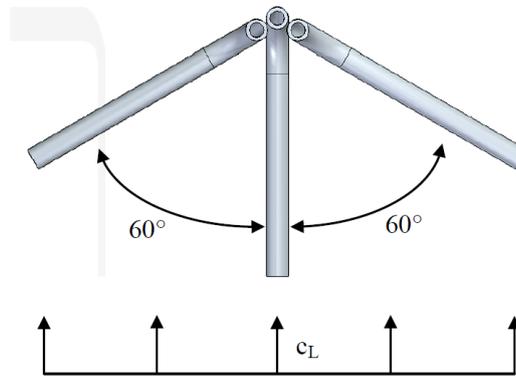


Abb. 8 Anströmung der Sonde (Draufsicht)

Geg.: g h_2 ρ_{Fl} ρ_L $h_1 = h_3$ $\alpha = 60^\circ$

1. Bestimmen sie die Strömungsgeschwindigkeit der Luft in Abhängigkeit der gegebenen Variablen!

$c_L =$

2. Wie hoch ist die Steighöhe in U-Rohr 3 bezogen auf die Steighöhe in U-Rohr 2?

$h_3/h_2 =$

2. Lavaldüse (15 Punkte)



Mittels eines Luftstromes soll ein Gewicht in der Schwebelage gehalten werden. Um dies mit einem verhältnismäßig geringen Luftmassenstrom zu realisieren wird die Strömung mit einer konvergent-divergenten Düse auf Überschall beschleunigt ehe sie auf das Gewicht trifft (Abb. 9). Die Lavaldüse sei hier angepasst ausgelegt, d.h. im engsten Querschnitt herrscht genau Schallgeschwindigkeit a und am Düsenaustritt entspricht der Druck dem Umgebungsdruck. Die Düsenströmung ist als stationär und isentrop anzunehmen. Die spezifische Gas-Konstante für Luft R sowie der Isentropenexponent κ sind bekannt. Luft sei hier vereinfacht als ideales Gas angenommen.

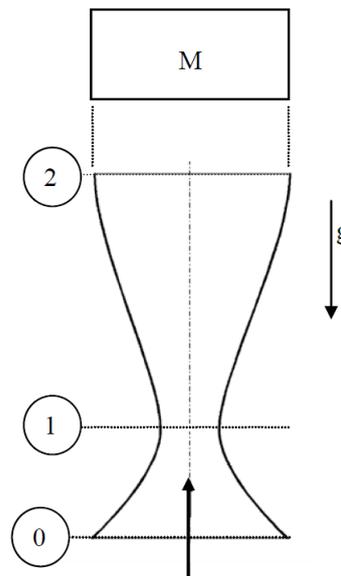


Abb. 9 Lavaldüse mit Gewicht

Geg.: $a = 366 \text{ m/s}$ $M = 219,15 \text{ kg}$ $p_0 = 6,5 \text{ bar}$ $T_0 = 500 \text{ K}$ $p_2 = 1 \text{ bar}$ $T_2 = 320 \text{ K}$ $d_2 = 80 \text{ mm}$
 $R = 287 \text{ J/(kgK)}$ $\kappa = 1,4$ $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

- Bestimmen Sie die Fluidgeschwindigkeit am Austritt, die notwendig ist, um das Gewicht in der Schwebelage zu halten. Hinweis: Sämtlicher Fluidimpuls trifft auf das Gewicht, d. h. es tritt keine Umströmung auf.
- Bestimmen Sie mit den Ergebnissen aus Aufgabenteil a den Druck, Temperatur und Dichte an den Punkten 0, 1 und 2 sowie den Massenstrom \dot{m} durch die Messstrecke.

Tragen Sie Ihre Ergebnisse in die Tabelle ein!

	Einheit	Stelle 0 (Eintritt)	Stelle 1	Stelle 2 (Austritt)
Massenstrom \dot{m}				
Druck p				
Temperatur T				
Dichte ρ				

- Wie groß müssen die Durchmesser an Punkt 1 und 2 gewählt werden, um eine abgestimmte Düse zu gewährleisten?

3. Rotierendes Rohr (19 Punkte)



Aus einem großen Behälter strömt Wasser durch eine im Behälterboden angebrachte Leitung mit dem Querschnitt $2 \cdot A$ in ein mit der Winkelgeschwindigkeit ω rotierendes Rohrsystem (siehe Abb. 10). Das Rohrsystem besteht aus einem vertikalen Abschnitt des Querschnitts $2 \cdot A$ und zwei radial angeschlossenen, gegenüberliegenden Rohren mit jeweils dem Querschnitt A . Das Volumen im Behälter ist so groß bemessen, dass die Flüssigkeitshöhe H als konstant betrachtet werden kann. Die stationäre Rotation wird mit einem Antrieb am vertikalen Rohr hergestellt. Gesucht werden die Relativgeschwindigkeit w_3 an der Stelle 3, die statischen Drücke p_1 und p_2 an den Stellen 1 und 2 sowie das erforderliche Antriebsmoment T .

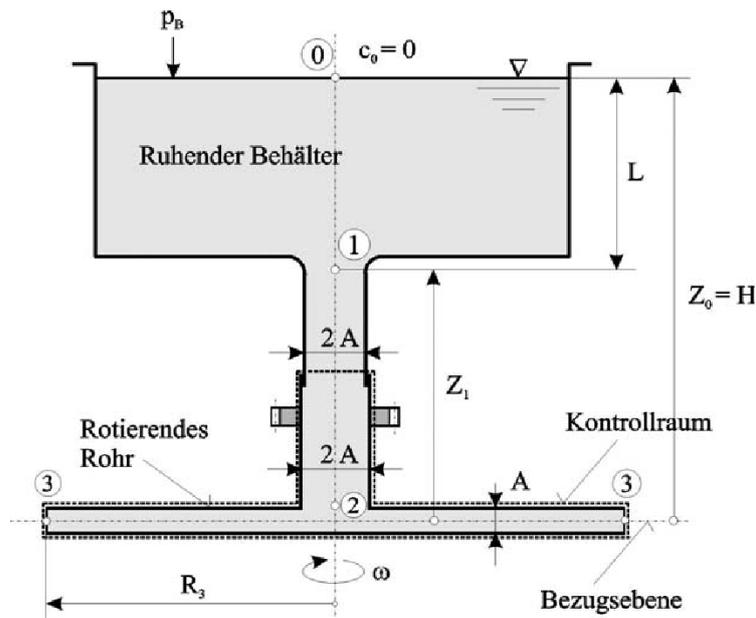


Abb. 10 Flüssigkeitsbehälter und angeschlossenes rotierendes Leitungssystem

Annahmen:

- verlustfreie Strömung
- kein Reibungsmoment in der Dichtung
- Reibungskräfte der Rohrleitung mit der Umgebungsluft werden vernachlässigt.
- Es liegt das Geschwindigkeitsdreieck an der Stelle 3 vor (vgl. Abb. 11).

Geg.: $H = 10\text{ m}$ $L = 4\text{ m}$ $R_3 = 1,5\text{ m}$ $A = 10\text{ cm}^2$ $\omega = 5\text{ s}^{-1}$ $\rho = 1000\text{ kg/m}^3$ $p_B = 10^5\text{ Pa}$

Gesucht: w_3 p_1 p_2 T

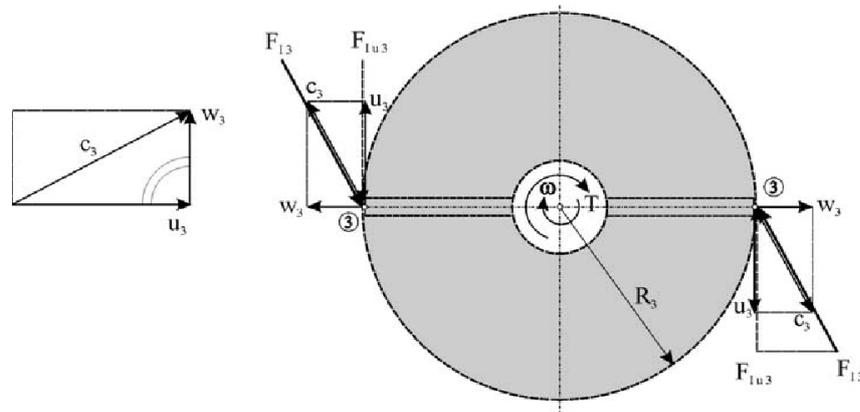


Abb. 11 Kontrollraum mit Antriebsmoment T , Impulskräften und Geschwindigkeits-Dreieck

1. Kurzaufgaben (16 Punkte)

Hinweis: Die Ergebnisse der Kurzaufgaben (mit Einheiten) sind in die dafür vorgesehenen Kästen einzutragen. Es gibt bei Kurzaufgaben keine Punkte auf den Rechenweg. Lösungen auf Zetteln werden nicht bewertet!

1.1. Multiple-choice (10 Punkte)

Kreuzen Sie richtige Aussagen an. Es können pro Frage mehrere Antworten richtig sein.
(Nur vollständig richtig beantwortete Fragen werden gewertet.)

Stromröhren

(1)

- ...sind normal zu der Strömungsrichtung massedicht.
- ...sind durch Stromlinien begrenzt.
- ...werden vom Fluid mit konstanter Geschwindigkeit durchströmt.
- ...weisen stets einen kreisförmigen Querschnitt auf.

Venturidüsen

(1)

- ...werden zur Massenstrombestimmung verwendet.
- ...messen den Totaldruck.
- ...können auch Strömungsgrößen von turbulenten Strömungen genau bestimmen.
- ...geben Druckdifferenzen an.

Kommunizierende Röhren (Archimedes-Prinzip)

(1)

- ...werden zur Temperaturmessung verwendet.
- ...weisen untereinander stets dieselben Füllstände auf.
- ...müssen luftdicht sein.
- ...dienen auf See der Navigation.

Scherverhalten von Flüssigkeiten

(1)

Fluid A : Fluid A beginnt erst ab einer Mindestschubspannung, der Fließgrenze τ_0 , zu fließen.

Fluid B : Die dynamische Viskosität von Fluid B kann als konstant betrachtet werden.

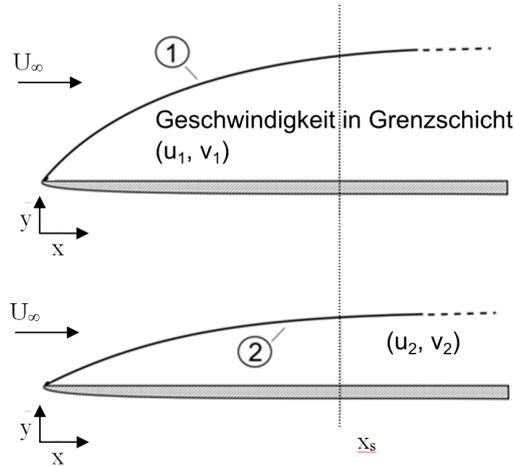
Fluid C : Bei Fluid C nimmt die Viskosität mit Zunahme der Scherrate ab.

- B Newton'sches Fluid
- C dilatantes/scherdünnendes Fluid
- A Bingham-plastisches Fluid

Laminare Grenzschicht

(2)

Die Abbildung zeigt den Verlauf der Grenzschichtdicken zweier unterschiedlicher, laminarer Grenzschichten eines viskosen Mediums auf identischen umströmten, ebenen Platten in einem unendlich ausgedehnten Strömungsfeld. Die Anströmgeschwindigkeiten U_∞ sind in beiden Fällen gleich. Die Indizes entsprechen der Benennung der Grenzschichtprofile.



Auf die oben gezeigten Grenzschichtverläufe können folgende Aussagen zutreffen:

- $\frac{DU_1}{Dy} < \frac{DU_2}{Dy}$ bei Punkt x_s
- $v_1 > v_2$
- $\frac{dp_1}{dx} < \frac{dp_2}{dx}$

Druckverlust und Druckgewinn in divergenten Düsen (Diffusoren)

(1)

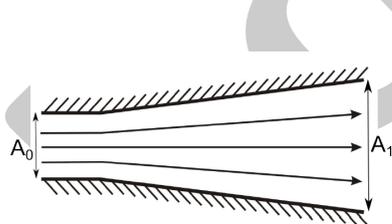


Abb. 1 Diffusor A mit anliegender Strömung

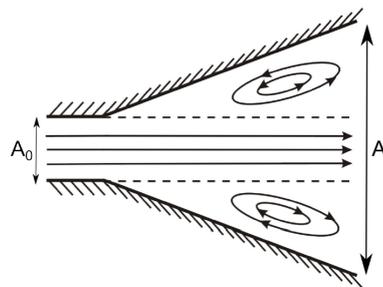
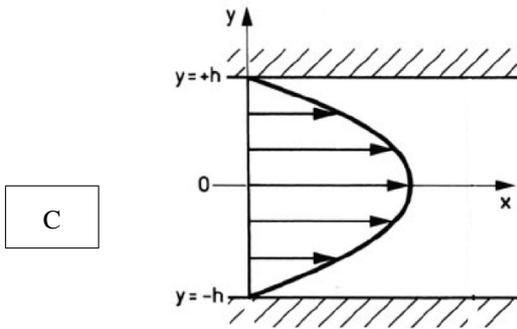


Abb. 2 Diffusor B mit Freistahlströmung

- Der Druckverlust in Diffusoren resultiert einzig aus den Wandrauheiten.
- Der Druckverlust in Diffusor A ist niedriger als in Diffusor B.
- Bei konstantem Eingangsmassenstrom ist die Strömungsgeschwindigkeit auf der Mittelachse am Austritt von Diffusor B größer als bei Diffusor A.

Spezielle Lösungen der Navier-Stokesschen Bewegungsgleichung (1)

Ordnen Sie den abgebildeten Strömungsformen (Abb. 3 bis 5) die richtigen Geschwindigkeitsgleichungen zu.



A	$u(y) = u_{max} \left(2\frac{y}{h} - \frac{y^2}{h^2} \right)$
B	$u(y) = \frac{U}{2} \left(1 + \frac{y}{h} \right)$
C	$u(y) = u_{max} \left(1 - \frac{y^2}{h^2} \right)$

Abb. 3 Poiseuille-Strömung

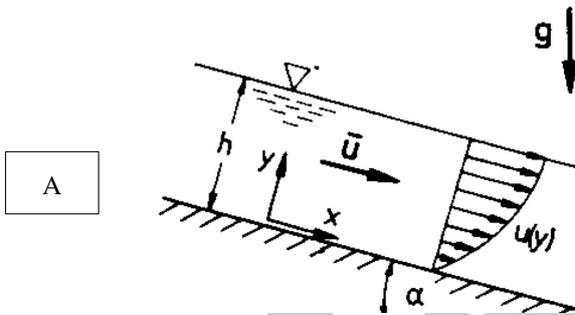


Abb. 4 Laminare Filmströmung an einer geneigten Wand

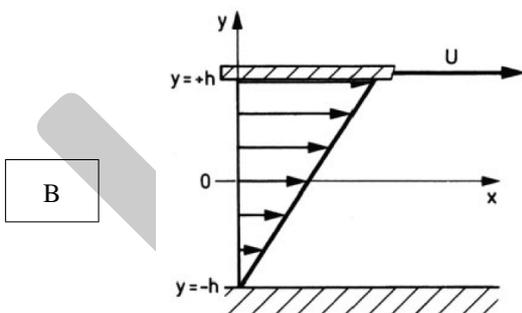


Abb. 5 Couette-Strömung

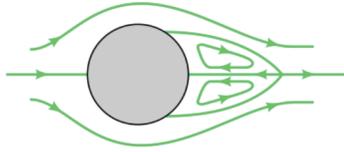
Welche Annahmen werden bezüglich einer 2d-Couette-Strömung getroffen? Kreuzen Sie an! (2)

- Die dynamische Viskosität η ist eine Funktion der Lauflänge x .
- Die Geschwindigkeit nimmt linear mit der Fluid-Filmhöhe y zu.
- Der Druck wird im System als konstant angenommen.

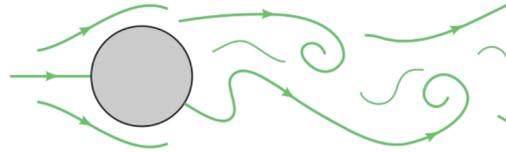
Zylinderumströmung

(1)

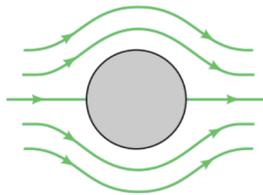
Ordnen Sie folgenden Strömungsbildern die richtigen Re-Zahlen zu!



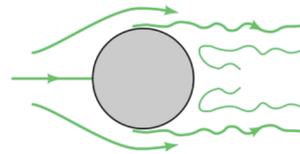
B



C



A



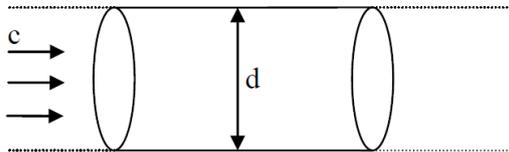
D

	Reynoldszahl Re
A	10^{-2}
B	20
C	10^2
D	10^6

1.2. Kurzrechenaufgaben (6 Punkte)



Rohrströmung in unendlich langem Rohr



Geg.: $c = 100\text{ m/s}$ $d = 15\text{ mm}$ $\nu = 15 \cdot 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$

(a) Bestimmen Sie die Reynoldszahl (0.5)

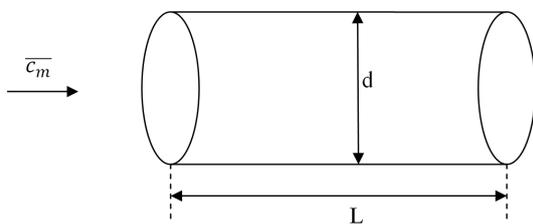
Re =

(b) Geben Sie an, ob die Strömung laminar oder turbulent ist. (0.5)

- laminar
 turbulent

Druckverlust im geraden Rohr

Bestimmen Sie Re-Zahl, Rohrreibungszahl λ und Druckverlust Δp_v für das dargestellte gerade Rohr.



Geg.: $\bar{c}_m = 30\text{ m/s}$ $L = 1\text{ m}$ $d = 5\text{ cm}$ $\rho = 1,2\text{ kg/m}^3$ $\nu = 15 \cdot 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$ $k_s = 0,05\text{ mm}$
Hinweis: Bestimmen Sie die Rohrreibungszahl mittels des Moody-Diagramms.

Re=	10 ⁵	(1)
$\lambda =$	0,022 bis 0,023	(1)
$\Delta p_v =$	237,6 bis 248,4 Pa	(1)

Pneumatische 3-Lochsonde

Mit Hilfe pneumatischer 3-Loch-Sonden können Strömungsrichtung und -geschwindigkeit in einer Ebene gemessen werden. Hierfür wird die Druckdifferenz bestimmt, die sich über den Bohrungen abhängig vom Anströmwinkel einstellt. Bei folgendem Versuchsaufbau sind die einzelnen Druckbohrungen mit U-Rohren verbunden, wodurch der dort anliegende Totaldruck bezogen auf den Umgebungsdruck bestimmt werden kann.

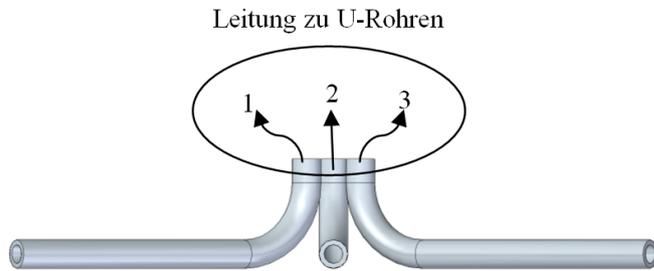


Abb. 6 Loch-Sonde Vorderansicht

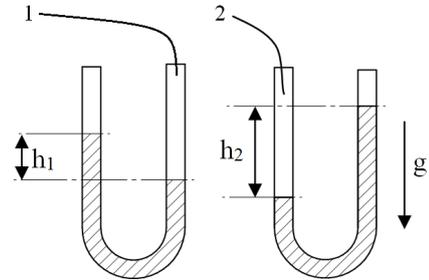


Abb. 7 U-Rohr-Manometer

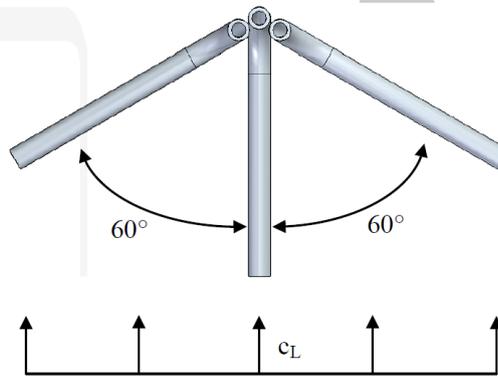


Abb. 8 Anströmung der Sonde (Draufsicht)

Geg.: g h_2 ρ_{F1} ρ_L $h_1 = h_3$ $\alpha = 60^\circ$

1. Bestimmen sie die Strömungsgeschwindigkeit der Luft in Abhängigkeit der gegebenen Variablen! (1)

$c_L =$

2. Wie hoch ist die Steighöhe in U-Rohr 3 bezogen auf die Steighöhe in U-Rohr 2? (1)

$h_3/h_2 =$

2. Lavaldüse (15 Punkte)



Mittels eines Luftstromes soll ein Gewicht in der Schwebelage gehalten werden. Um dies mit einem verhältnismäßig geringen Luftmassenstrom zu realisieren wird die Strömung mit einer konvergent-divergenten Düse auf Überschall beschleunigt ehe sie auf das Gewicht trifft (Abb. 9). Die Lavaldüse sei hier angepasst ausgelegt, d.h. im engsten Querschnitt herrscht genau Schallgeschwindigkeit a und am Düsenaustritt entspricht der Druck dem Umgebungsdruck. Die Düsenströmung ist als stationär und isentrop anzunehmen. Die spezifische Gaskonstante für Luft R sowie der Isentropenexponent κ sind bekannt. Luft sei hier vereinfacht als ideales Gas angenommen.

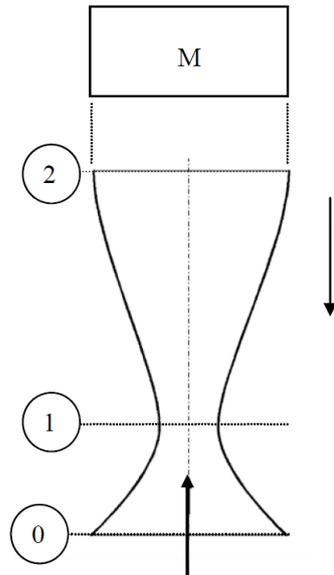


Abb. 9 Lavaldüse mit Gewicht

Geg.: $a = 366 \text{ m/s}$ $M = 219,15 \text{ kg}$ $p_0 = 6,5 \text{ bar}$ $T_0 = 500 \text{ K}$ $p_2 = 1 \text{ bar}$ $T_2 = 320 \text{ K}$ $d_2 = 80 \text{ mm}$
 $R = 287 \text{ J/(kgK)}$ $\kappa = 1,4$ $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

- Bestimmen Sie die Fluidgeschwindigkeit am Austritt, die notwendig ist, um das Gewicht in der Schwebelage zu halten. Hinweis: Sämtlicher Fluidimpuls trifft auf das Gewicht, d. h. es tritt keine Umströmung auf.
- Bestimmen Sie mit den Ergebnissen aus Aufgabenteil a den Druck, Temperatur und Dichte an den Punkten 0, 1 und 2 sowie den Massenstrom \dot{m} durch die Messstrecke.

Tragen Sie Ihre Ergebnisse in die Tabelle ein!

	Einheit	Stelle 0 (Eintritt)	Stelle 1	Stelle 2 (Austritt)
Massenstrom \dot{m}	kg/s	3,43	3,43	3,43
Druck p	Pa	650000	2968000	100000
Temperatur T	K	500	399,7	320
Dichte ρ	kg/m ³	4,53	2,588	1,089

- Wie groß müssen die Durchmesser an Punkt 1 und 2 gewählt werden, um eine abgestimmte Düse zu gewährleisten?

3. Rotierendes Rohr (19 Punkte)



Aus einem großen Behälter strömt Wasser durch eine im Behälterboden angebrachte Leitung mit dem Querschnitt $2 \cdot A$ in ein mit der Winkelgeschwindigkeit ω rotierendes Rohrsystem (siehe Abb. 10). Das Rohrsystem besteht aus einem vertikalen Abschnitt des Querschnitts $2 \cdot A$ und zwei radial angeschlossenen, gegenüberliegenden Rohren mit jeweils dem Querschnitt A . Das Volumen im Behälter ist so groß bemessen, dass die Flüssigkeitshöhe H als konstant betrachtet werden kann. Die stationäre Rotation wird mit einem Antrieb am vertikalen Rohr hergestellt. Gesucht werden die Relativgeschwindigkeit w_3 an der Stelle 3, die statischen Drücke p_1 und p_2 an den Stellen 1 und 2 sowie das erforderliche Antriebsmoment T .

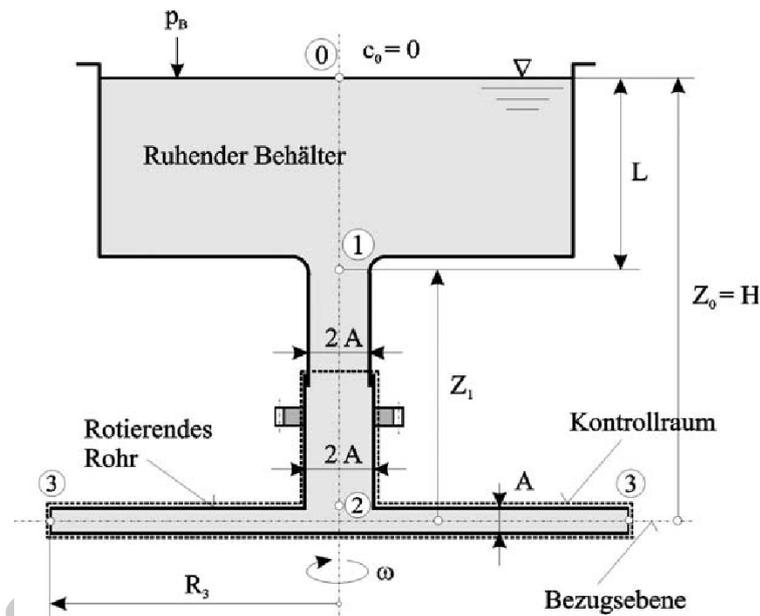


Abb. 10 Flüssigkeitsbehälter und angeschlossenes rotierendes Leitungssystem

Annahmen:

- verlustfreie Strömung
- kein Reibungsmoment in der Dichtung
- Reibungskräfte der Rohrleitung mit der Umgebungsluft werden vernachlässigt.
- Es liegt das Geschwindigkeitsdreieck an der Stelle 3 vor (vgl. Abb. 11).

Geg.: $H = 10\text{ m}$ $L = 4\text{ m}$ $R_3 = 1,5\text{ m}$ $A = 10\text{ cm}^2$ $\omega = 5\text{ s}^{-1}$ $\rho = 1000\text{ kg/m}^3$ $p_B = 10^5\text{ Pa}$

Gesucht: w_3 p_1 p_2 T

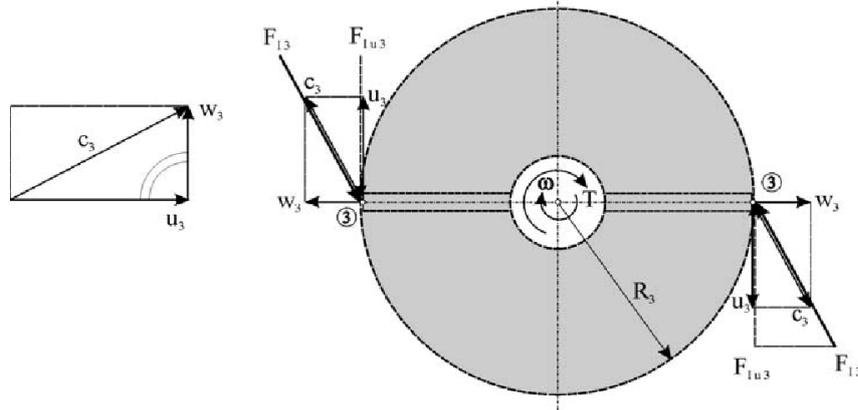


Abb. 11 Kontrollraum mit Antriebsmoment T, Impulskräften und Geschwindigkeits-Dreieck

Lösung

Kurzrechenaufgabe

Rohrströmung

$$Re = \frac{c \cdot d}{\nu} = 10^5 \quad (1)$$

→ Die Strömung ist turbulent. (2)

Druckverlust

$$Re = \frac{\bar{c}_m \cdot d}{\nu} = 10^5 \quad (3)$$

$$\frac{k_s}{d} = 10^{-3} \quad (4)$$

Rohrreibungszahl aus Moody-Diagramm $\Rightarrow \lambda = 0,022 - 0,023$ (5)

$$\Delta p_v = \lambda \frac{l \cdot \rho}{2d} \bar{c}_m^2 = 237,6 - 248,4 Pa \quad (6)$$

3-Lochsonde

$$p_{tot} = p_{stat} + p_{dyn} \quad (7)$$

$$p_{stat} = \text{const.} \quad (8)$$

$$p_{dynLuft} = p_{dynU-Rohr2} \quad (9)$$

$$\frac{\rho_L \cdot c^2}{2} = g \cdot h \cdot \rho_{Fl} \quad (10)$$

$$\rightarrow c = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h \cdot \rho_{Fl}}{\rho_L}} \quad (11)$$

$$h_1 = \frac{\rho_{oL}}{\rho_{Fl}} \cdot \frac{c_1^2}{2g} \quad (12)$$

$$c_1 = \cos 60^\circ \cdot c_2 = 0,5 \cdot c_2 \quad (13)$$

$$h_1 = 0,25 h_2 \quad (14)$$

Lavaldüse

a

$$\sum F = 0$$

$$A_2 \cdot \rho_2 \cdot c_2^2 = M \cdot g \quad (2)$$

$$\rho_2 = \frac{p_2}{R \cdot T_2} \quad ; \text{ Aus idealem Gasgesetz}$$
$$= 1,089 \text{ kg/m}^3 \quad (1)$$

$$c_2^2 = \frac{M \cdot g}{A_2 \cdot \rho_2} = \frac{4 \cdot M \cdot g}{d_2^2 \cdot \pi \cdot \rho_2}$$
$$= 626,7 \text{ m/s} \quad (1)$$

b

$$\rho_0 = \frac{p_0}{R \cdot T_0} = 4,53 \text{ kg/m}^3 \quad (1)$$

$$\frac{T_2}{T_0} = \left[1 - \frac{\kappa - 1}{2\kappa} \frac{\rho_0}{p_0} (c_2^2 - c_0^2) \right] \quad (1)$$

$$\rightarrow c_0 = \left(\left[\frac{T_2}{T_0} - 1 \right] \frac{2\kappa \cdot p_0}{(\kappa - 1)\rho_0} + c_2^2 \right)^{0,5} = 176,43 \text{ m/s} \quad (1)$$

$$\frac{T_1}{T_0} = \left[1 - \frac{\kappa - 1}{2\kappa} \frac{\rho_0}{p_0} (c_1^2 - c_0^2) \right] \quad (1)$$

$$\rightarrow T_1 = 399,68 \text{ K} \quad (1)$$

$$\frac{p_1}{p_0} = \left[1 - \frac{\kappa - 1}{2\kappa} \frac{\rho_0}{p_0} (c_1^2 - c_0^2) \right]^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \quad (1)$$

$$\rightarrow p_1 = 296829 \text{ Pa} \quad (1)$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_0} = \left[1 - \frac{\kappa - 1}{2\kappa} \frac{\rho_0}{p_0} (c_1^2 - c_0^2) \right]^{\frac{1}{\kappa - 1}}$$

$$\rightarrow \rho_1 = 2,588 \text{ kg/m}^3$$

$$\dot{m} = A_2 \cdot \rho_2 \cdot c_2 = 3,43 \text{ kg/s} \quad (1)$$

c

$$\dot{m} = \text{const.}$$

$$\rightarrow d_0 = 2 \cdot \sqrt{\frac{\dot{m}}{\rho_0 \cdot c_0 \cdot \pi}} = 0,065 \text{ m} \quad (1)$$

$$\rightarrow d_1 = 2 \cdot \sqrt{\frac{\dot{m}}{\rho_1 \cdot c_1 \cdot \pi}} = 0,060 \text{ m} \quad (1)$$